Perímetro, área y volumen

Unidad II

Al estudiar esta unidad usted podrá:

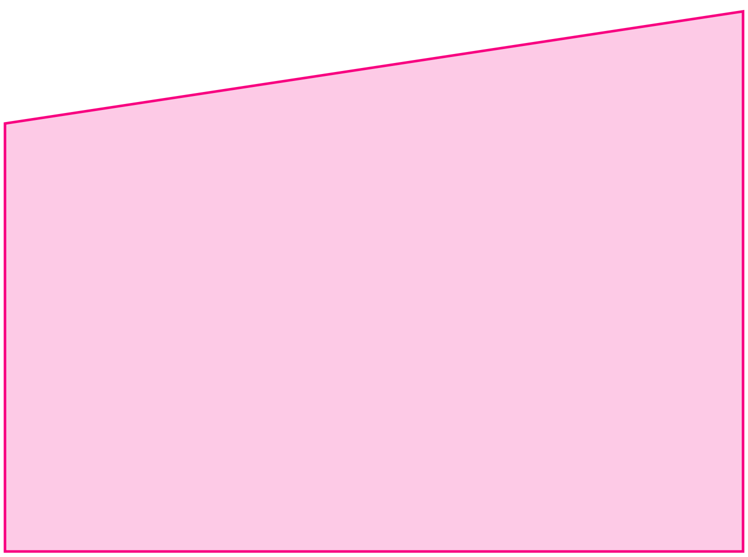
- Conocer las unidades de medición más comunes en el campo.
- Medir con distintos instrumentos y en diferentes unidades de distancias y longitudes.
- Calcular perímetros y áreas con diferentes unidades de medida.
- Estimar el volumen o capacidad de diferentes recipientes.

Al aprender lo anterior usted podrá:

- Describir mejor las dimensiones de terrenos o cosas.
- Medir o estimar distancias o longitudes con diferentes tipos de unidades de medida, como kilómetros, metros, centímetros, milímetros o millas.
- Calcular el perímetro o área de cualquier tipo de terreno o figura geométrica, también de diferentes tipos de unidades, como hectáreas o metros cuadrados.
- Conocer algunas de las dimensiones de recipientes o tanques y calcular cuánto les cabe de agua o algún otro líquido.

Tema 1 Las medidas

Rosendo tiene une terreno como el que se muestra en el croquis.



Rosendo quiere cercar su terreno con 3 hilos de alambre de púas y postes rústicos de madera.

¿Qué debe hacer Rosendo para cercar el terreno?

Rosendo debe comprar el material que necesitará para construir la cerca y contratar a quienes le van a ayudar. Rosendo necesitará:

alambre de púas, postes rústicos, clavos, picos, palas, martillos y ayudantes.

¿Pero cuánto de cada cosa y cuántos ayudantes?

Para contestar lo anterior, Rosendo necesita medir su terreno y, según como quiera la separación entre postes, podrá señalar cuántos debe comprar o cortar.

Según las herramientas que tenga, como picos, palas y martillos, tendrá que comprar lo que necesite. También, dependiendo de la urgencia, deberá contratar a muchos o pocos ayudantes o peones.

Al referirse a una cantidad, conviene que todo el mundo sepa de que se trata. Para esto existen las unidades de medición. Siempre se usan para conocer "cuánto de algo".

No se puede decir que el terreno de Rosendo mide 50 de un lado, porque no sabemos si son 50 metros ó 50 kilómetros. Siempre que se expresa una cantidad conviene señalar a qué se refiere.

Muchas cosas se pueden medir.

Ejemplos

Cuando necesitamos conocer:

- la distancia de un lugar a otro,
- el largo y ancho de un terreno o
- el alto de una casa,

se usan la medidas de longitud, como los kilómetros, los metros, los centímetros o los milímetros.

Si se necesita conocer:

- la superficie o área de un terreno,
- la superficie de un poblado o
- el área de una figura,

se pueden usar las hectáreas, los kilómetros cuadrados, los metros cuadrados, los centímetros cuadrados o los milímetros cuadrados.

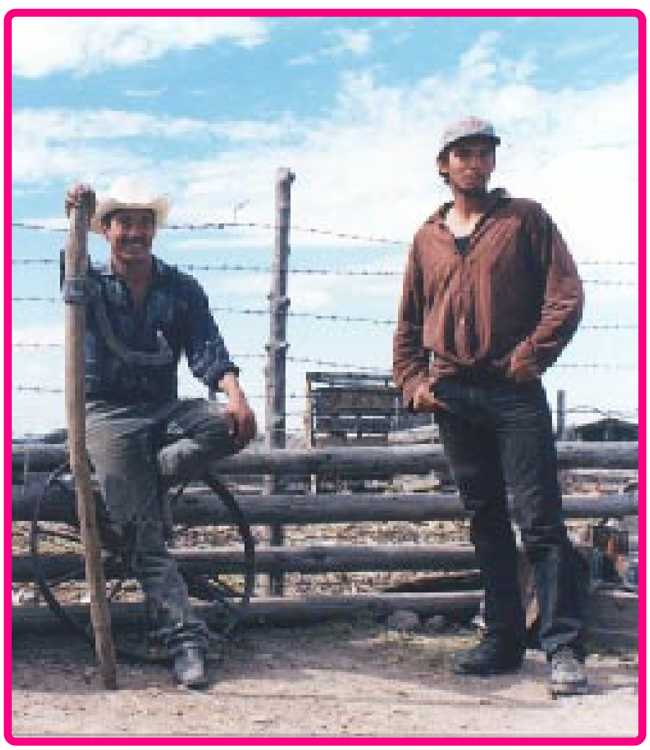
Cuando se necesita conocer la capacidad o volumen de un recipiente grande, por lo regular se usan los metros cúbicos.

Si el recipiente es pequeño y va a almacenar algún líquido, por lo regular su capacidad se mide en litros.

Los clavos que va a necesitar Rosendo para su cerca se pueden medir por su longitud o por su peso, o sea, se pueden comprar kilos de clavos, como cuando se compran kilos de carne.

Pero cuando lo que se va a pesar es mucho, se pueden usar las toneladas. Tanto los kilos como las toneladas son unidades de peso.

También se puede medir el tiempo que va a tardar Rosendo en construir su cerca, esto se puede hacer en horas de trabajo, días y meses; si se tardara mucho, hasta años.



Rosendo también puede medir "qué tanto calor hace" en los días que va a construir la cerca.

El saber medir nos ayuda a conocer mejor lo que nos rodea y a comunicarnos con nuestros semejantes.

Ejercicios

Haga una lista de lo que usted mide y con qué lo mide.

Actividad	Lo mido por
Tortillas	Docenas ← Ejemplo

Tema 2 Medidas de longitud

Rosendo necesita que los postes de su cerca sobresalgan del piso al menos 1.50 metros de altura y, además, para que no se caigan, necesitan estar enterrados 40 centímetros. ¿De qué tamaño deben ser los postes de la cerca?

Los postes de Rosendo deberán medir un metro con cincuenta centímetros (1.50 m), que deben tener de altura, más los 40 centímetros que van enterrados.

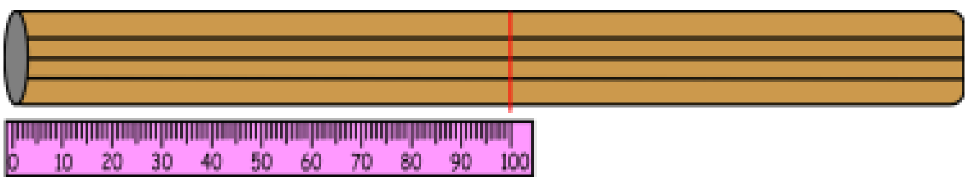
Un metro con 50 centímetros más 40 centímetros es igual a un metro con 90 centímetros.

Para poder medir el largo del poste hace lo siguiente.

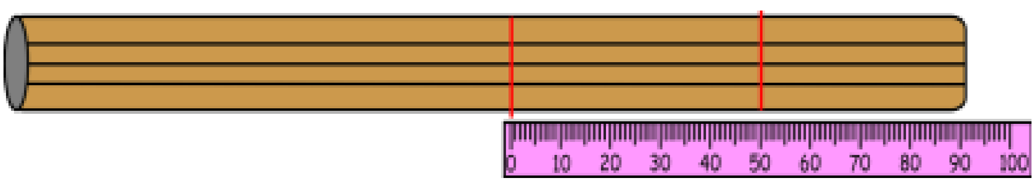
Pone un poste largo en el piso y, en la cinta que viene en este libro, identifica el número 100. La longitud que hay desde el cero de la cinta al 100 es un metro (m).

Para poder medir cosas de menor tamaño que un metro, la cinta está dividida en 100 partes iguales que se llaman centímetros (cm).

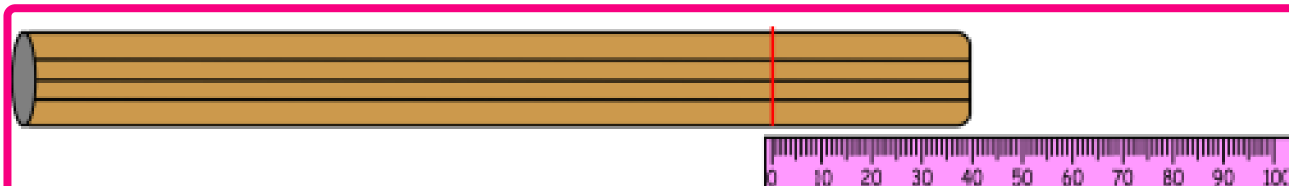
Pone el cero de la cinta al inicio del poste y marca con un clavo hasta donde llega el 100.



Como el poste debe estar fuera de la tierra un metro y medio, y como la mitad de 100 son 50, entonces mide otros 50 centímetros (medio metro) y vuelve a marcar.



Como el poste debe estar enterrado por lo menos 40 centímetros, entonces mide otros 40 centímetros con la cinta. Para lo anterior, pone ahora la punta de la cinta en la última marca y mide 40 centímetros más.

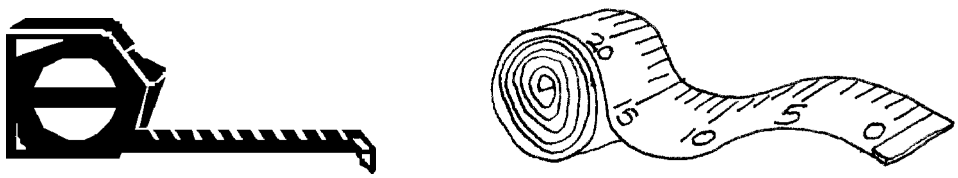


Observe que cuando se indican metros también se puede poner **m**, y cuando se indican centímetros también se puede poner **cm**.

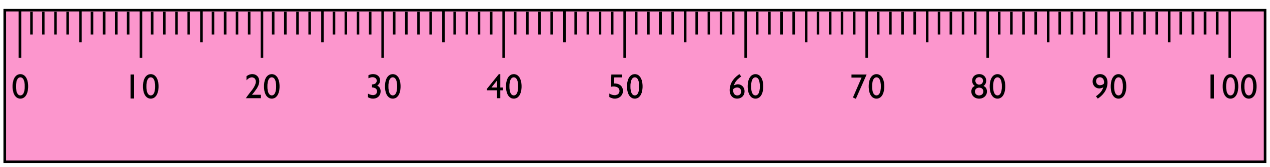
Los postes para la cerca de Rosendo deberán medir por lo menos 1.90 m (un metro con 90 centímetros).

Como usted pudo observar, Rosendo utilizó su cinta de medir para conocer la longitud de los postes que va a utilizar. Esta cinta mide un metro.

1 metro = 1 m



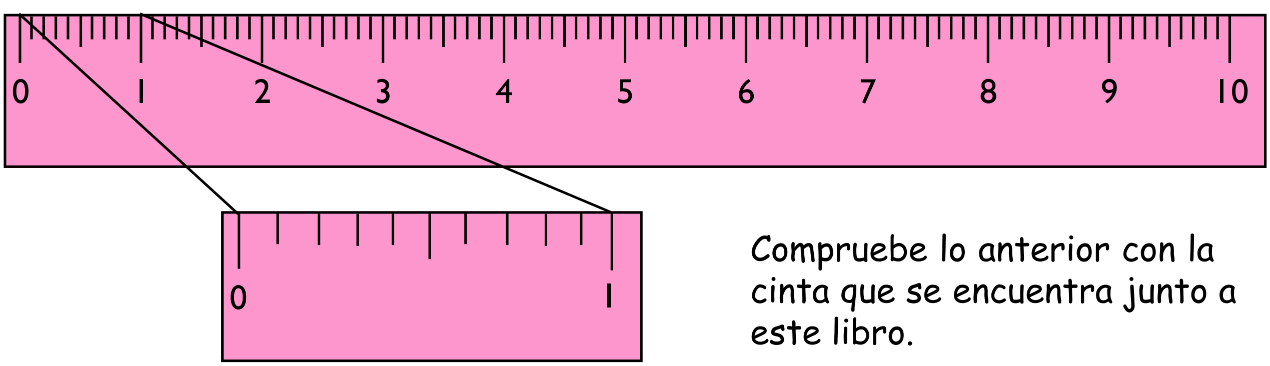
El metro puede utilizarse para medir cantidades menores que éstas, por lo que las cintas, reglas o flexómetros están divididos en unidades de menor tamaño.



El centímetro se obtiene al dividir el metro en 100 partes iguales.

1 m = 100 cm

Si se desean medir objetos menores a 1 centímetro, existen los milímetros (mm), que resultan de dividir a 1 centímetro en 10 partes iguales.



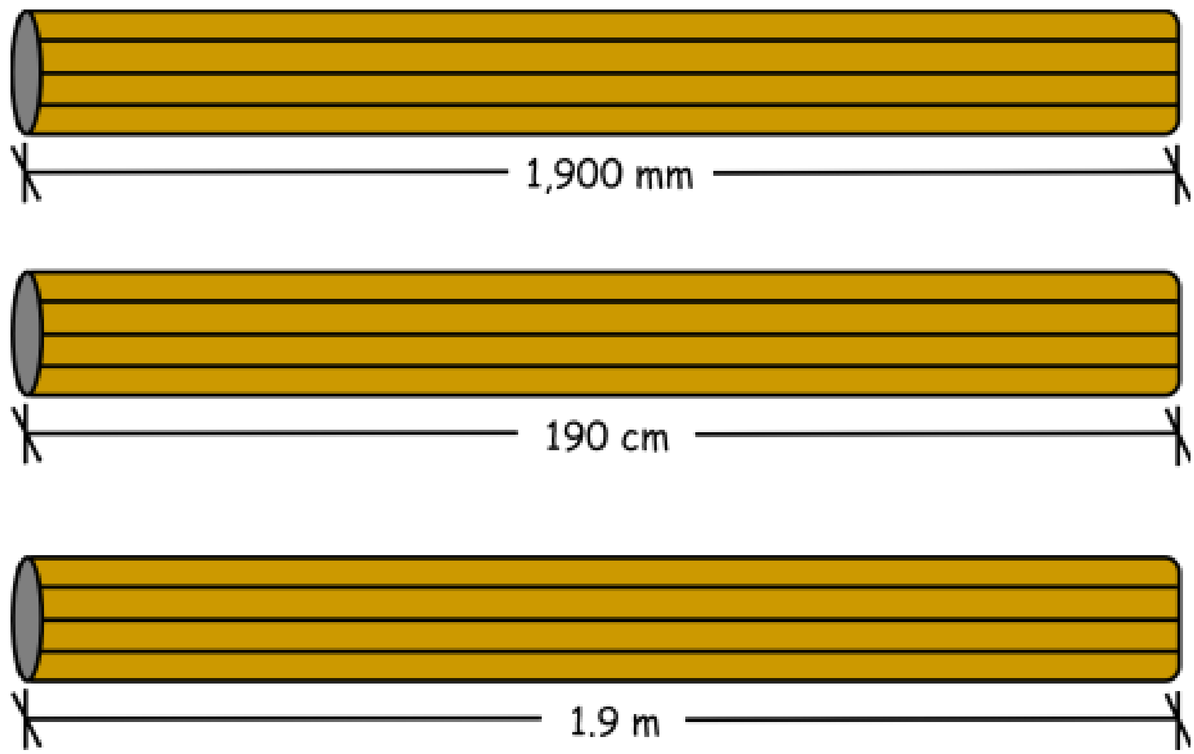
Compruebe lo anterior con la cinta que se encuentra junto a este libro.

Es muy importante recordar que:

10 mm hacen 1 cm, 10 mm = 1 cm,
10 cm hacen 1 dm, 10 cm = 1 dm y
10 dm hacen 1 m, 10 dm = 1m.

Pero si quiere ver todo en milímetros, esto será así:
10 mm = 1 cm,
100 mm = 1 dm y
1,000 mm = 1 m.

Rosendo podría indicar las medidas del poste rústico en milímetros (mm), centímetros (cm) o metros (m), como se muestra a continuación:



Para medir bien, es muy importante recordar que la unidad de longitud es el metro (m) y que para medir distancias menores a un metro se pueden usar:

- el decímetro (dm), que es la décima parte del metro;
  el centímetro (cm), que es la centésima parte del metro o
  el milímetro (mm), que es la milésima parte del metro.

Al dm, cm y mm se les llama submúltiplos del metro.

Así como el metro se puede dividir en unidades pequeñas llamadas submúltiplos, que se usan para medir piezas pequeñas o fracciones de un metro, también existen unidades más grandes que el metro, que se llaman múltiplos, éstas se usan para medir longitudes grandes, como el terreno de Rosendo.

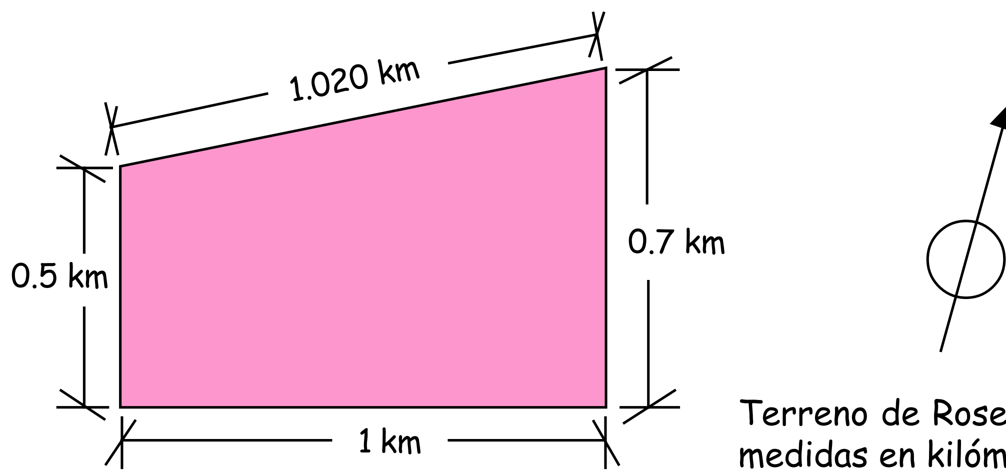
- Decámetro (dam) = 10 metros
  Hectómetro (hm) = 100 metros
  Kilómetro (km) = 1,000 metros

A continuación, se presenta una tabla con los submúltiplos y múltiplos del metro.

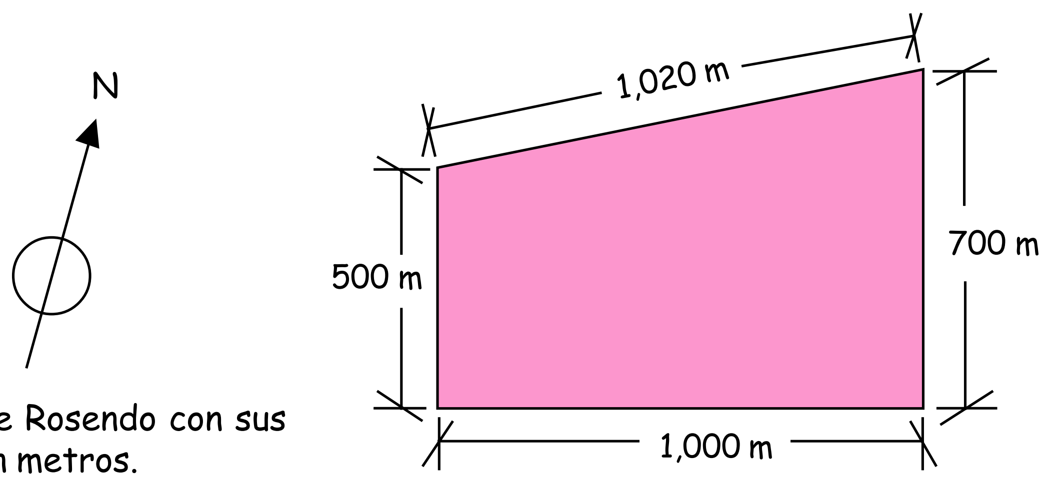
TABLA DE MÚLTIPLOS Y SUBMÚLTIPLOS DEL METRO

	Se dice		Equivalente a	Símbolo
Submúltiplos	milí	metro	milésima parte del metro	mm
	centí	metro	centésima parte del metro	cm
	decí	metro	décima parte del metro	dm
Múltiplos	decá	metro	diez metros	dam
	hectó	metro	cien metros	hm
	kiló	metro	mil metros	km

Con lo anterior, el terreno de Rosendo se puede presentar con sus medidas en kilómetros o en metros.



Terreno de Rosendo con sus medidas en kilómetros.



Terreno de Rosendo con sus medidas en metros.

En el plano del terreno de Rosendo se puede observar que su lado más grande mide 1.02 km, que también se puede expresar en metros:

1,020 metros

Si a alguien se le ocurriera medirlo en centímetros el número sería tan grande que no sería práctico porque como un kilómetro tiene 1,000 metros, entonces hay que multiplicar la medida (1.02) en kilómetros por 1,000, para obtener su equivalencia en metros:

$$1.020\ \cancel{km} \times \frac{1{,}000\ m}{\cancel{km}} = 1{,}020\ m$$

Y como cada metro tiene 100 cm, entonces hay que multiplicar a la medida (1,020) en metros por 100, para obtener su equivalencia en centímetros:

$$1{,}020\ \cancel{m} \times \frac{100\ cm}{\cancel{m}} = 102{,}000\ cm$$

El número 102,000 cm es muy grande para ponerlo en un plano.

Para hacer la conversión de las unidades de longitud, con relativa facilidad, se han diseñado tablas en las que se indica por lo que se debe multiplicar a la unidad que se desea convertir.

TABLA PARA CONVERTIR UNIDADES DE LONGITUD
EN EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

	Si se tienen	Multiplicar por	Para obtener
1	mm	0.1	cm
2	mm	0.01	dm
3	mm	0.001	m
4	cm	10	mm
5	cm	0.1	dm
6	cm	0.01	m
7	dm	100	mm
8	dm	10	cm
9	dm	0.1	m
10	m	1,000	mm
11	m	100	cm
12	m	10	dm
13	m	0.001	km
14	m	0.01	hm
15	m	0.1	dam
16	dam	10	m
17	hm	100	m
18	km	1,000	m
19	km	100	dam
20	km	10	hm

Algunos ejemplos del uso de la tabla

- Si se desea convertir 0.5 m a cm.

1. Se debe buscar la unidad que se tiene y la que se desea convertir. En este caso, las encuentra en el renglón 11, porque tengo m y deseo obtener cm.

2. Entre las unidades que tiene y las que desea obtener se encuentra el número por el que se debe multiplicar; en este caso, es 100.

3. Se realiza la operación: 0.5 x 100 cm = 50 cm

Esto quiere decir que 0.5 m = 50 cm.

- Convertir 185 km a m.

1. Se busca la unidad que se tiene y la que se desea obtener. En este caso, está en el renglón 18.

2. Se encuentra por cuánto multiplicar; en este caso, es 1,000.

3. Se realiza la operación: 185 x 1,000 m = 185,000 m

Esto quiere decir que 185 km = 185,000 m.

Ejercicios

1. Practique usted convirtiendo las siguientes cantidades.

a) 3 km = ___________ m c) 4.5 m = ___________ mm

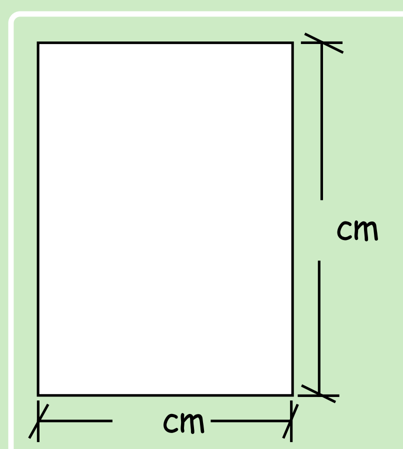
b) 2 hm = ___________ m d) 250 cm = ___________ m

e) 2 m = ___________ dm

2. Mida su estatura.

3. Mida la estatura de uno de sus familiares o amigos.

4. Mida cuántos centímetros tiene esta hoja; de largo, de ancho, y ponga las medidas en el siguiente croquis:



5. Mida una mesa o una cama en su casa y haga un croquis con sus medidas en centímetros.

6. ¿Qué longitud hay del piso a la parte más alta del techo de su casa?

Medidas de longitud del sistema inglés

En las actividades cotidianas no sólo se utilizan medidas en metros o sus múltiplos, también se utilizan otro tipo de medidas, como las pulgadas, que se usan para medir la tubería; o los pies, para medir las dimensiones de los tablones en un aserradero.

Estas unidades son las del sistema inglés de medidas.

A continuación, se presenta una tabla de las principales unidades de longitud en el sistema inglés y sus equivalencias en el sistema métrico decimal.

TABLA DE EQUIVALENCIAS DEL SISTEMA INGLÉS AL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

Unidades de longitud en el sistema inglés	Símbolo	Unidades de longitud en el sistema métrico decimal
milla	mi	1.609 km = 1,609 m
yarda	yd	0.914 m = 91.4 cm
pie	ft	0.305 m = 30.5 cm
pulgada	in	2.54 cm = 25.4 mm

Para convertir las unidades de longitud de un sistema a otro, se puede usar la siguiente tabla.

TABLA PARA LA CONVERSIÓN DE UNIDADES

	Si se tienen	Multiplique por	Para obtener
1	millas (mi)	1.609	km
2	yardas (yd)	0.914	m
3	pies (ft)	0.305	m
4	pies (ft)	30.5	cm
5	pulgadas (in)	2.54	cm
6	pulgadas (in)	25.4	mm
7	km	0.621	millas
8	m	1.094	yardas
9	m	3.278	pies
10	cm	0.032,78	pies
11	cm	0.393,7	pulgadas

Ejemplos para el uso de la tabla

- Suponga que en la tienda del pueblo le venden una tabla de 5 pies (ft) de largo, y quiere convertir esos 5 pies (ft) a centímetros (cm).

1. Identifique el renglón en el que se encuentren la unidad que tiene y la que busca. En este caso, es el renglón número 4, porque tengo 5 ft y deseo su equivalencia en cm.

2. En ese reglón, entre las unidades que tengo y la que necesito, encuentro el número por el cual multiplicar a lo que tengo (los 5 ft) para obtener su equivalencia en cm. En este caso, debo multiplicar a los 5 ft por 30.5.

3. Se realiza la operación: 5 x 30.5 cm = 152.5 cm

Lo anterior quiere decir que la conversión de 5 pies (ft) a centímetros (cm) es 152.5 cm. Esto indica que la tabla que va a comprar mide 152.5 cm.

• Ahora suponga que usted va a trabajar el campo en San Diego y que sale de Tijuana, que está a 20 millas de San Diego. ¿A cuánto equivale esa distancia en kilómetros (km)?

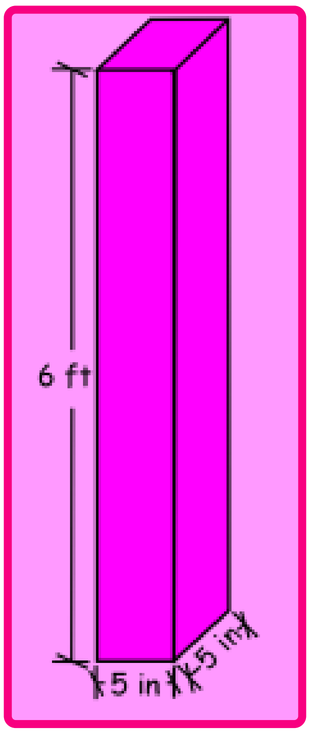
1. Identifique el renglón de la tabla en el que se encuentren las unidades que tiene y las que desea obtener. En este caso, es el renglón 1, porque tiene 20 millas (mi) y desea conocer a cuánto equivalen en kilómetros (km).

2. Entre las dos unidades se encuentra por cuánto multiplicar. En este caso, es por 1.609.

3. Se realiza la operación: 20 x 1.609 km = 32.18 km

Lo anterior significa que 20 millas equivalen a 32.18 kilómetros, por lo que ahora sabe que de Tijuana a San Diego hay 32.18 kilómetros de distancia.

• Si Rosendo compra, en una madedería, los postes para su cerca prefabricados, y estos tienen los medidas que se indican en el siguiente croquis,



¿a cuánto equivalen estas medidas en centímetros?

1. Identifique el renglón en que se encuentren las unidades que tiene y las que desea obtener. En este caso, tiene pies (ft) y pulgadas (in), y desea convertirlas en cm; por lo que el renglón 4 es el adecuado para los pies (ft) y el 5 para las pulgadas (in).

2. En el renglón 4 encuentro que para convertir los pies (ft) a centímetros (cm) tengo que multiplicar por 30.5; en el renglón 5 obtengo que para convertir las pulgadas (in) a centímetros (cm) debo multiplicar por 2.54.

3. Se realizan las operaciones.

Primero, obtengo la equivalencia de los pies a centímetros del largo de los postes:

$$6 \times 30.5 \text{ cm} = 183 \text{ cm}$$

Luego, obtengo la equivalencia de las pulgadas en centímetros:

$$5 \times 2.54 \text{ cm} = 12.7 \text{ cm}$$

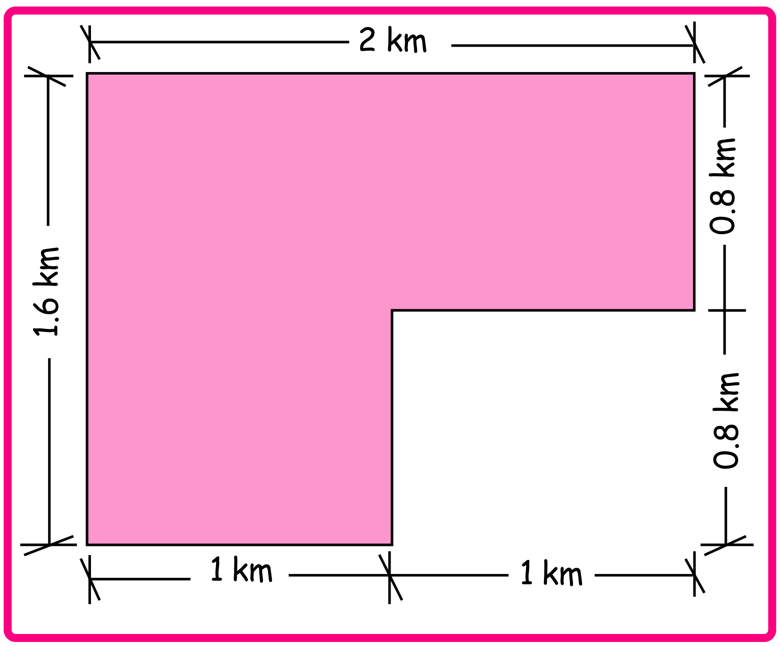
Con lo anterior, Rosendo sabe que los postes comprados miden de largo 183 cm y su grosor es de 12.7 cm x 12.7 cm.

Note usted que el largo es un poco menor al que necesita Rosendo (190 cm).

Ejemplo

A Don Juan lo contratan en Rosarito, junto a Tijuana, para colocar una cerca de alambre en un terreno que tiene las dimensiones señaladas en el croquis.

¿Cuánto debe cobrar por su trabajo si le pagan a $40.00 la yarda?



✓ Recuerde que la yarda (yd) es una medida de longitud del sistema inglés, y equivale a 0.914 m en el sistema métrico decimal.

Como le van a pagar por yardas, y las medidas del terreno están en km: primero, debe convertir las medidas del terreno a yardas; luego, sumarlas; y, posteriormente, multiplicar el resultado por los 40 pesos que le pagan por yarda.

Como en la tabla tiene sólo la conversión de metros a yardas, entonces debe convertir primero los kilómetros a metros y luego, a yardas.

Medidas del croquis	Conversión a metros	Conversión a yardas, multiplicar por 1.094
1.6 km	1.6 km = 1,600 m	1,600 x 1.094 yd = 1,750.4 yardas
2 km	2 km = 2,000 m	2,000 x 1.094 yd = 2,188 yardas
0.8 km	0.8 km = 800 m	800 x 1.094 yd = 875.2 yardas
0.8 km	0.8 km = 800 m	800 x 1.094 yd = 875.2 yardas
1 km	1 km = 1,000 m	1,000 x 1.094 yd = 1,094 yardas
1 km	1 km = 1,000 m	1,000 x 1.094 yd = 1,094 yardas
		Total : 7,876.8 yardas

Por tanto, 7,876.8 yardas x 40.00 $\frac{\text{pesos}}{\text{yarda}}$ = \$315,072

También podría haber sumado todos los km:

1.6 km + 2 km + 0.8 km + 1 km + 0.8 km + 1 km = 7.2 km

Estos kilómetros convertirlos a yardas:

7.2 km = 7,200 m = 7,200 x 1.094 yardas = 7,876.8 yardas

Y, por último, hacer la multiplicación de yardas por pesos:

7,876.8 yardas x 40.00 $\frac{\text{pesos}}{\text{yarda}}$ = 315,072 pesos

Para convertir las unidades de longitud, también se puede utilizar la regla de tres si se conoce la equivalencia de la unidad que se quiere obtener. Por lo anterior, se han creado tablas de equivalencias de unidades, como las que a continuación se muestran.

TABLA DE EQUIVALENCIAS DEL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

		km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1	km	1	10	100	1,000			
2	hm	0.1	1	10	100			
3	dam	0.01	0.1	1	10	100	1,000	10,000
4	m	0.001	0.01	0.1	1	10	100	1,000
5	dm	0.000,1	0.001	0.01	0.1	1	10	100
6	cm				0.01	0.1	1	10
7	mm				0.001	0.01	0.1	1

TABLA DE EQUIVALENCIAS DEL SISTEMA INGLÉS DE MEDIDAS

		mm	cm	m	km
1	in	25.4	2.54	0.0254	
2	ft	305	30.5	0.305	
3	yd		91.4	0.914	
4	mi			1,609	1.609

Estas tablas nos indican la equivalencia de las unidades que están en los renglones.

Ejemplos

- En la tabla del sistema métrico decimal, en el renglón 1, se encuentran las equivalencias de un kilómetro, esto quiere decir que un kilómetro es igual: a 10 hm, a 100 dam o a 1,000 m. De la misma manera, observando el renglón 4, se puede decir que un metro es igual a 0.001 km, 0.01 hm, 0.1 dam, 10 dm, 100 cm o a 1,000 mm.

- En el caso de la tabla del sistema inglés de medidas, al observar el renglón 1, se sabe que una pulgada (in) es igual a 25.4 mm, 2.54 cm ó 0.0254 m. Al observar el renglón 3, se obtiene a cuánto equivale una yarda (yd).

Con este tipo de tablas y la regla de tres, se pueden realizar la mayoría de las conversiones.

Ejemplos

- Convierta 0.5 metros a centímetros.

1. Se debe definir a cuánto equivalen las unidades que se van a convertir. En este caso, las unidades a convertir son los metros, por lo que se debe conocer a cuánto equivale 1 metro en centímetros. En la tabla del sistema métrico decimal, en el renglón 5, se obtiene que:

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

2. Con la equivalencia de las unidades, se plantea la regla de tres. Se pregunta: si 1 m equivale a 100 cm, ¿a cuánto equivale 0.5 m en cm? Esto será:

$$\begin{aligned} 1 \text{ m} &= 100 \text{ cm} \\ 0.5 \text{ m} &= \textbf{?} \text{ cm} \end{aligned}$$

Observe que los metros están bajo los metros y los cm bajo los cm.

3. Se resuelve la regla de tres, multiplicando en cruz, como se muestra a continuación:

$$0.5 \text{ m} \times 100 \text{ cm} = 1 \text{ m} \times \textbf{?} \text{ cm}$$

Como los m están multiplicando del lado derecho pueden pasar al lado izquierdo dividiendo. Con esto se deja sola a **?** cm.

$$\frac{0.5 \text{ m} \times 100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = \textbf{?} \text{ cm}$$

El resultado de la regla de tres es 50 cm, por lo que 0.5 m = 50 cm.

• El señor Fausto tiene un rancho que está a 6 mi de Ciudad Juárez, Chihuahua. ¿Qué distancia hay en km del rancho de Fausto a Ciudad Juárez?

1. Se define la equivalencia de las unidades que se quieren convertir. En este caso, millas (mi) a km; por lo que de la tabla del sistema inglés se obtiene (en el reglón 5) que:

$$1 \text{ mi} = 1.609 \text{ km}$$

2. Con la equivalencia, se plantea la regla de tres de la siguiente manera: si 1 mi es igual a 1.609 km, ¿a cuánto equivadrán 6 mi?

$$\begin{array}{l} 1 \text{ mi} = 1.609 \text{ km} \\ 6 \text{ mi} = \quad \mathbf{?} \quad \text{km} \end{array}$$

3. Se resuelve la regla de tres, multiplicando en cruz y dejando sola a la **?** km (lo que se busca).

$$6 \text{ mi} \times 1.609 \text{ km} = 1 \text{ mi} \times \mathbf{?} \text{ km}$$

Como 1 mi está multiplicando del lado derecho puede pasar al lado izquierdo dividiendo. Con eso se deja sola a la **?** km.

$$\frac{6 \text{ mi} \times 1.609 \text{ km}}{1 \text{ mi}} = \mathbf{?} \text{ km}$$

Al resolver la operación se tiene 9.654 km, lo anterior significa que 6 mi = 9.654 km.

• Ofelia compró, para su invernadero, un rollo de plástico que mide 54.7 yardas (yd). ¿A cuántos metros (m) equivale el rollo de plástico que compró Ofelia?

1. Se obtiene la equivalencia de las unidades que se van a utilizar; en este caso, 1 yarda (yd) = 0.914 metros (m). Lo anterior se obtuvo en el renglón 3 de la tabla del sistema inglés.

2. Se plantea la regla de tres, especificando que si una yarda equivale a 0.914 m, ¿a cuánto equivaldrán 54.7 yd?

$$1 \text{ yd} = 0.914 \text{ m}$$
$$54.7 \text{ yd} = \textbf{?} \text{ m}$$

3. Se resuelve la regla de tres, multiplicando en cruz y dejando sola la **?** m (que es lo que se busca).

$$54.7 \text{ yd} \times 0.914 \text{ m} = 1 \text{ yd} \times \textbf{?} \text{ m}$$

Como 1 yd está multiplicando del lado derecho puede pasar dividiendo del lado izquierdo.

$$\frac{54.7 \text{ yd} \times 0.914 \text{ m}}{1 \text{ yd}} = \textbf{?} \text{ m}$$

Al resolver la operación se tiene 49.99 m, que se puede tomar como 50 m, lo que significa que el rollo de plástico mide 50 m.

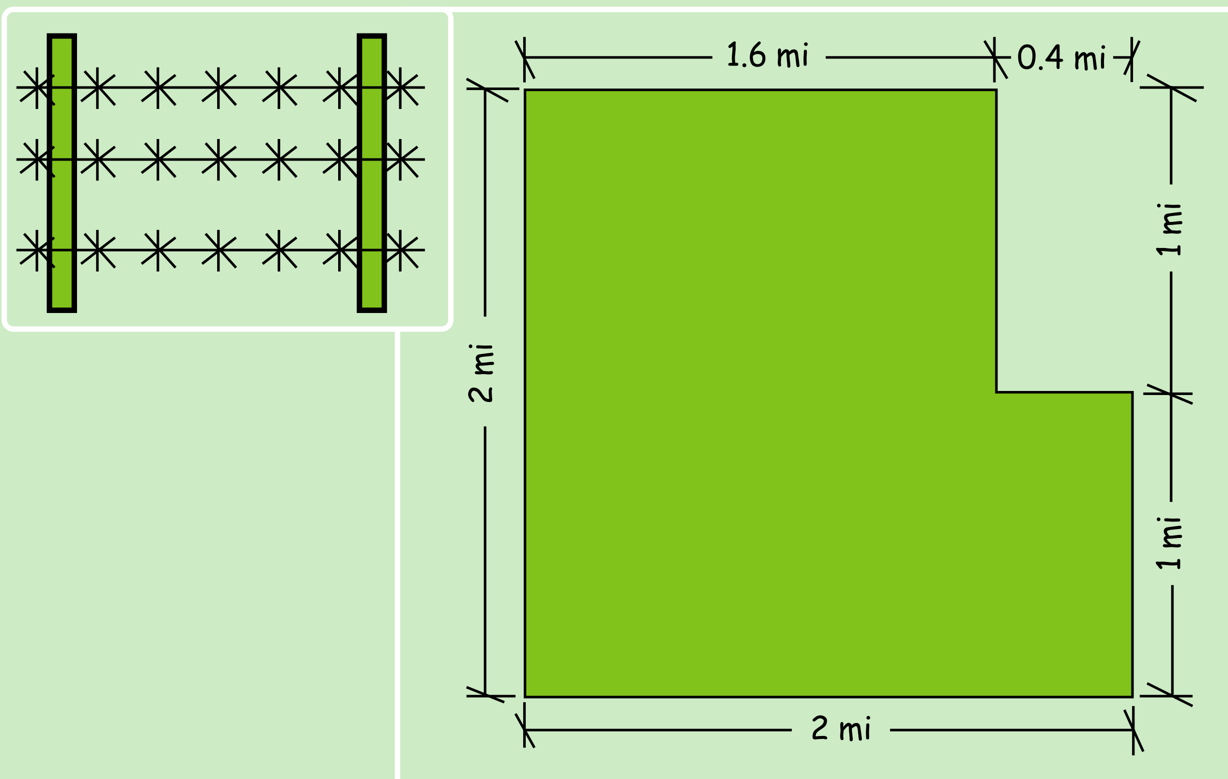
Ejercicios

Resuelva los siguientes ejercicios de conversiones.

1. ¿Cuántos centímetros tiene un clavo de 2.5 in?

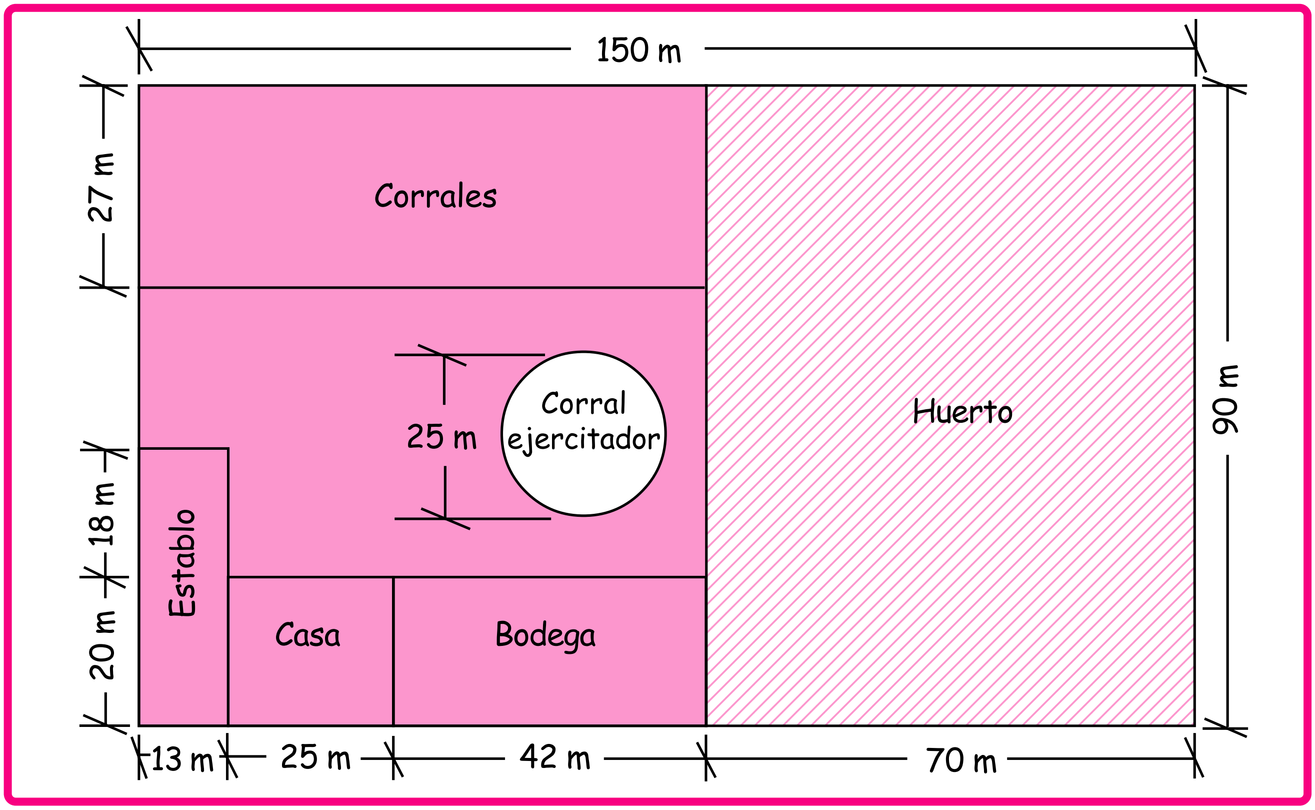
2. ¿Cuál es el diámetro, en pulgadas, de un tubo de 8.89 cm?

3. En el rancho La Esperanza, se va a construir una cerca con tres hilos de alambre de púas, como se muestra en el croquis.



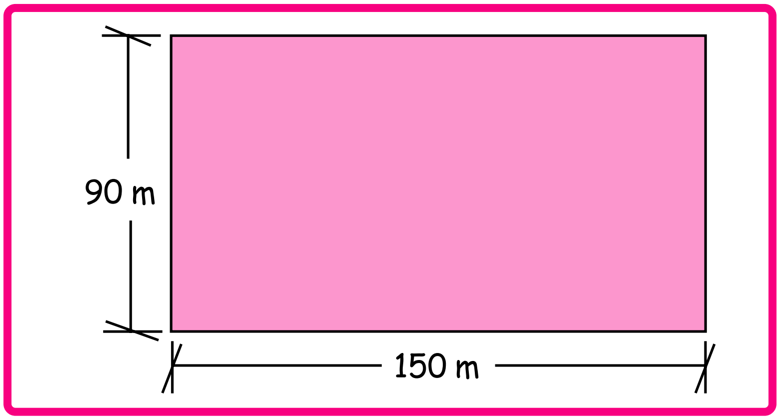
¿Cuántos kilómetros de alambre de púas se van a usar para construir la cerca?

A Evaristo le venden un rancho que tiene las medidas que se muestran en el siguiente plano.



Si le piden $1,675,000.00 por toda la propiedad, ¿en cuánto le están vendiendo cada metro cuadrado?

Lo primero que hace Evaristo es obtener el área de toda la propiedad. Como sabe que el área de un rectángulo se obtiene multiplicando sus dos lados, hace lo siguiente:



$A = 90 \text{ m} \times 150 \text{ m}$
$A = 13{,}500 \text{ m}^2$

Posteriormente, divide los 1,675,000 pesos entre los 13,500 m^2 que tiene la propiedad, para conocer cuánto vale cada metro cuadrado (use su calculadora).

$$\frac{1{,}675{,}000 \text{ pesos}}{13{,}500 \text{ m}^2} = 124.07 \ \frac{\text{pesos}}{\text{m}^2}$$

Esto quiere decir que cada metro cuadrado vale $124.07.

Note usted que Evaristo logró conocer en cuánto le venden cada metro cuadrado del terreno al relacionar lo que le piden por el terreno ($1,675,000) con su área (13,500 m^2). Puede ser caro o barato, mucho depende de cuánto valen otros terrenos en la zona; también depende de que tiene de construcción la casa y la bodega; o si hay riego o no.

Ejercicios

Evaristo quiere obtener el área del establo, la casa, la bodega, el huerto y los corrales. ¿Podría usted ayudarle?

Establo ______ x 38 m = _______ m^2
Bodega 20 m x ______ = 840 m^2
Huerto 70 m x 90 m = _______ m^2
Corrales ______ x ______ = _______ m^2
Casa ______ x ______ = _______ m^2

También Evaristo puede calcular el perímetro de todo el terreno, del establo, la bodega, el huerto, los corrales y la casa.

Recuerde que el perímetro de una figura es el cálculo de cuánto mide su contorno.

El perímetro de todo el terreno es:

$$P = 150\text{ m} + 90\text{ m} + 150\text{ m} + 90\text{ m} = 480\text{ m}$$

El perímetro del establo es:

$$P = 13\text{ m} + 38\text{ m} + 13\text{ m} + 38\text{ m} = 102\text{ m}$$

El perímetro de la bodega es:

$$P = 42\text{ m} + 20\text{ m} + 42\text{ m} + 20\text{ m} = 124\text{ m}$$

Ejercicios

Observe usted el plano de la propiedad que le venden a Evaristo y calcule los siguientes perímetros (P).

1. El perímetro del huerto.

P = _______ + _______ + _______ + _______ = _______ m

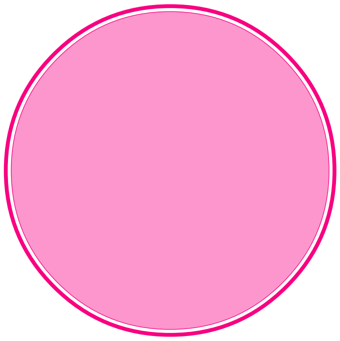
2. El perímetro de los corrales.

P = _______ + _______ + _______ + _______ = _______ m

3. El perímetro de la casa.

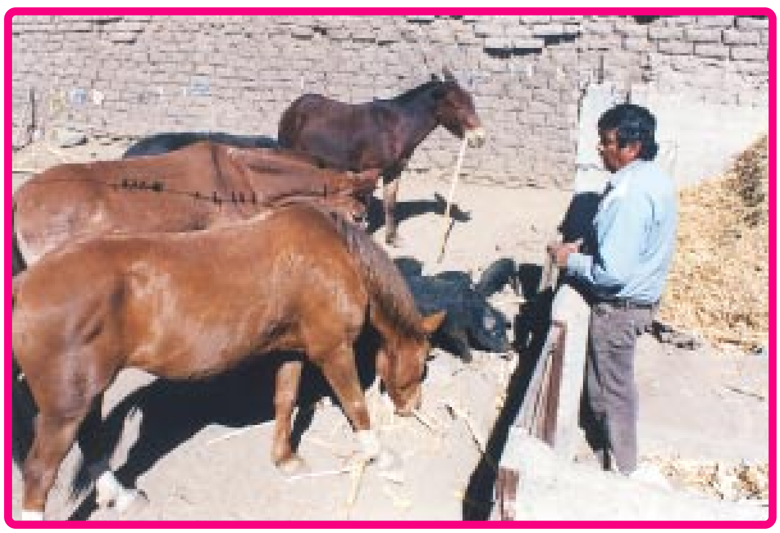
P = _______ + _______ + _______ + _______ = _______ m

El perímetro (P) del corral ejercitador de caballos corresponde a la figura de un círculo, o sea es la medida de toda la orilla del corral.

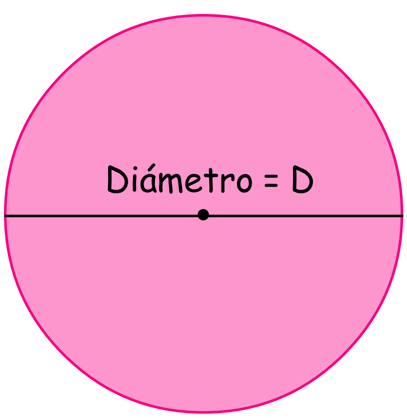


Pero medir su contorno con una cinta puede ser cansado y lento. Para evitar medir directamente alrededor del corral, existe una fórmula; la que a continuación se presenta.

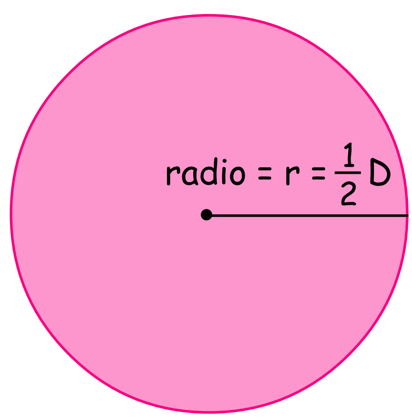
Para poder aplicar la fórmula es necesario recordar que todos los círculos tienen un centro.



En todos los círculos se puede trazar una línea de lado a lado y que pase por el centro. Esta línea se llama diámetro (D), con ella se divide al círculo en dos.



La mitad del diámetro es una línea que va desde el centro hasta cualquier punto de la circunferencia y se llama radio (r).



Para establecer una fórmula con la que se pueda conocer el perímetro de un círculo es importante saber que hace mucho tiempo los griegos encontraron que siempre que se divide el perímetro (P) de un círculo entre su diámetro (D) se obtiene el mismo número: 3.1416, número al que se le ha llamado p (pi) y por facilidad en este libro se tomará como 3.14.

Esto quiere decir que: $\dfrac{\text{Perímetro}}{\text{Diámetro}} = p$

Perímetro = P
Diámetro = D

Si a esta fórmula la multiplicamos en sus dos lados por D, no se altera; observe:

$$D \times \frac{P}{D} = p \times D$$

Pero como $\dfrac{D}{D} = 1$, tenemos que:

$$1 \times P = p \times D$$

Lo que se conoce como la fórmula del perímetro de un círculo.

$P = p \times D$

Ahora el señor Evaristo calcula el perímetro del corral ejercitador de manera fácil y rápida, usando la fórmula.

Recuerde que $p = 3.14$

P = p x diámetro
P = 3.14 x 25 m

Él realiza la operación:

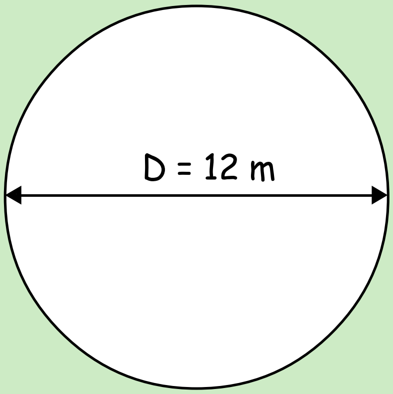
$$\begin{array}{r} 3.14 \\ \times\quad 25 \\ \hline 15\ 70 \\ 62\ 8 \\ \hline 78.50 \end{array}$$

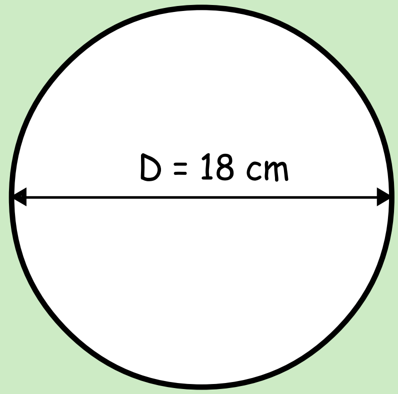
El perímetro del corral de ejercicio de caballos es de 78.50 m.

Ejercicios

1. Calcule el perímetro de los siguientes círculos. (Haga las operaciones con su calculadora.)

Recuerde que:
P = p x diámetro,
donde p = 3.14



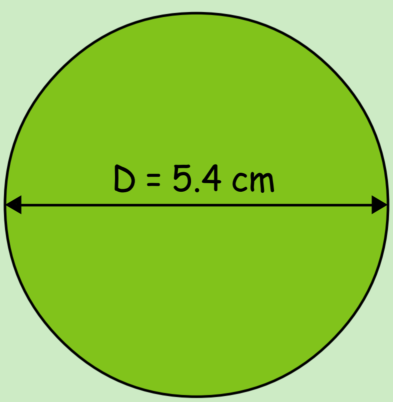


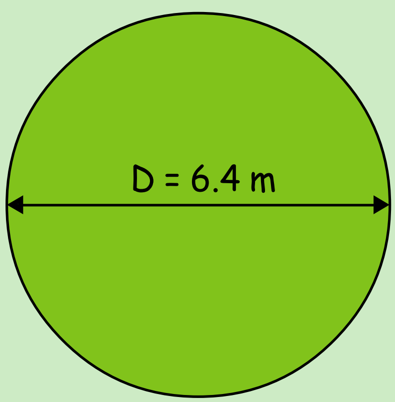
a) Diámetro: ____________________

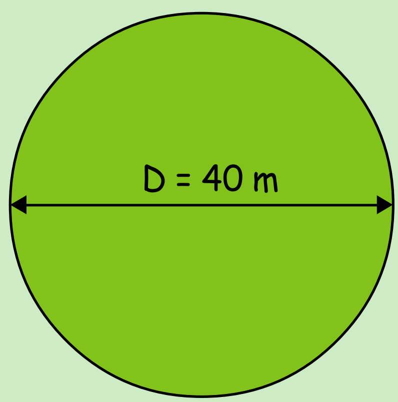
Circunferencia: ____________________

b) Diámetro: ____________________

Circunferencia: ____________________







c) Diámetro: ____________________

Circunferencia: ____________________

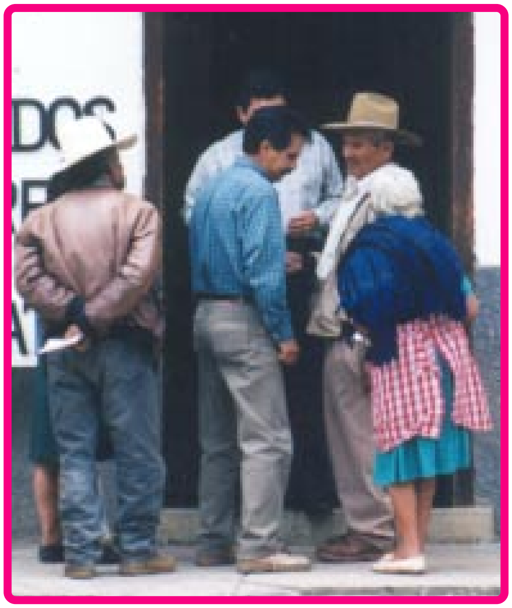
d) Diámetro: ____________________

Circunferencia: ____________________

e) Diámetro: ____________________

Circunferencia: ____________________

Medidas en hectáreas



Evaristo está acostumbrado a medir las propiedades en hectáreas (ha), por lo que pregunta a su compadre Malaquías que a cuánto equivalen en hectáreas los 13,500 metros cuadrados (m^2) del rancho que le venden.

Malaquías le dice a Evaristo que cada 10,000 m^2 es lo mismo que una hectárea, por lo que para convertir los 13,500 m^2 a hectáreas hay que dividirlos entre 10,000 $\frac{m^2}{ha}$.

$$\frac{13{,}500\ m^2}{10{,}000\ \frac{m^2}{ha}} = 1.35 \text{ hectáreas (ha)}$$

Note usted que cuando se divide entre 10,000 se recorre el punto a la izquierda 4 lugares porque en el 10,000 hay cuatro ceros.

$$\frac{13{,}500}{10{,}000} = 1.\underline{3500}$$

Si se quieren convertir 1.35 hectáreas (ha) a metros cuadrados (m^2) habrá que multiplicar a 1.35 por los 10,000 metros cuadrados (m^2) que cada hectárea (ha) tiene.

$$1.35 \text{ ha} \times 10{,}000\ \frac{m^2}{ha} = 13{,}500\ \frac{m^2}{ha}$$

Observe que al multiplicar por 10,000 se recorre el punto a la derecha 4 lugares porque en el 10,000 hay 4 ceros.

Si se multiplicara por 1,000 se recorrería 3 lugares el punto a la derecha; por 100, dos lugares a la derecha y por 10, sólo uno.

Si se dividiera entre 1,000 se recorrería el punto tres lugares a la izquierda; por 100, dos lugares a la izquierda y por 10, sólo uno.

Ejemplos

- $1.38 \times 1{,}000 = 1{,}380.$ — $1{,}380 \div 1{,}000 = 1.380$
- $12.38 \times 100 = 1{,}238.$ — $1{,}238 \div 100 = 12.38$
- $127 \times 100 = 12{,}700.$ — $12{,}700 \div 100 = 127.00$
- $437 \times 10 = 4{,}370.$ — $4{,}370 \div 10 = 437.0$
- $18.50 \times 10 = 185.$ — $185 \div 10 = 18.5$

Ejercicios

1. Resuelva las siguientes operaciones.

a) $327 \div 100 =$

b) $13{,}727{,}500 \div 10{,}000 =$

c) $4{,}275.27 \div 100 =$

d) $35.95 \div 10 =$

e) $1{,}968 \div 10 =$

f) $642{,}434 \div 1{,}000 =$

2. Convierta las siguientes cantidades según se indica.

a) 33.56 ha = ______________________ m^2

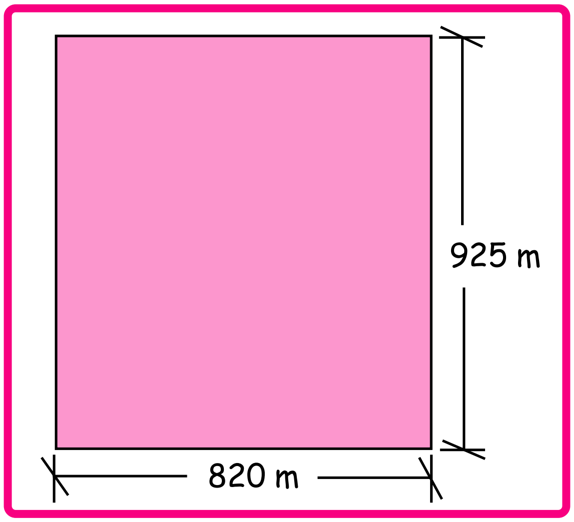
b) 7,263 m^2 = ______________________ ha

c) 1,000 m^2 = ______________________ ha

d) 1 ha = ______________________ m^2

e) 250 m^2 = ______________________ ha

Cuando las superficies son grandes es más práctico medirlas en hectáreas y no en m^2 porque se usan cantidades con menos números, observe usted cómo se pueden presentar los datos de un terreno.



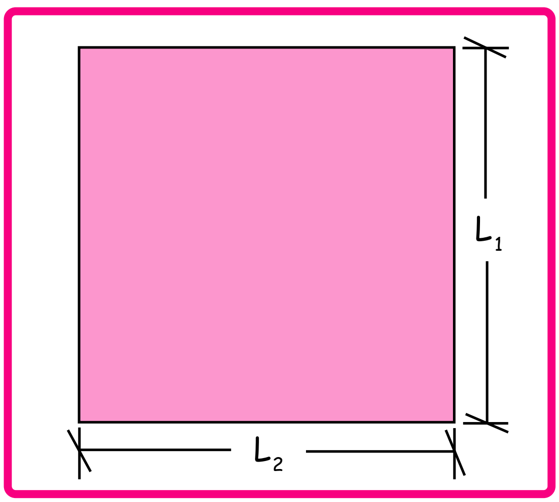
La superficie de este terreno es de:

$A = L_1 \times L_2$
$A = 820\ m \times 925\ m = 758{,}500\ m^2$
$A = 758{,}500\ m^2$

También se puede presentar en hectáreas.

$$A = \frac{758{,}500\ m^2}{10{,}000\ \frac{m^2}{ha}} = 75.85\ ha$$

Como usted ha podido observar, cuando se obtienen las áreas, las unidades tienen un 2 pequeño sobre la unidad (m^2). Esto se debe a que el área es el producto de multiplicar una longitud (m) por otra longitud (m).



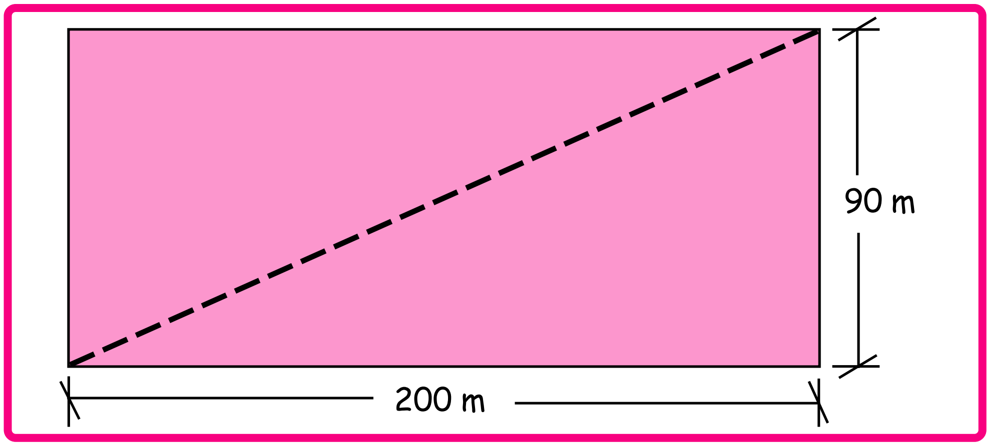
L_1 = longitud en metros (m)
L_2 = longitud en metros (m)

$m \times m = m^2$

Si las unidades de longitud fueran submúltiplos o múltiplos del metro, también serán cuadrados; observe:

Múltiplos	$mm \times mm = mm^2$ $cm \times cm = cm^2$
Submúltiplos	$dam \times dam = dam^2$ $hm \times hm = hm^2$ $km \times km = km^2$

El señor Rosendo dividió su terreno como se muestra en el dibujo, desea conocer cuál es el área de cada una de las partes que obtuvo.



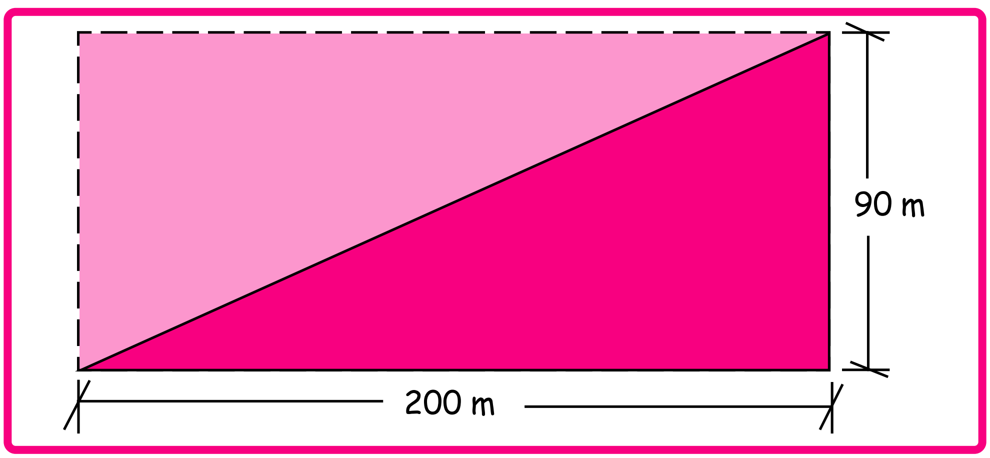
Como Rosendo sabe que tiene forma de rectángulo, puede obtener el área multiplicando un lado por el otro y ésta la divide entre dos.

$$200 \text{ m} \times 90 \text{ m} = 18{,}000 \text{ m}^2$$

$$18{,}000 \text{ m}^2 \div 2 = 9{,}000 \text{ m}^2$$

Lo que quiere decir que cada parte mide 9,000 m^2.

En este caso, la obtención de área fue sencilla porque el terreno es un rectángulo que se divide en dos, pero si fuera sólo la mitad, o sea, un triángulo, ya no obtendría el área al multiplicar sus lados.

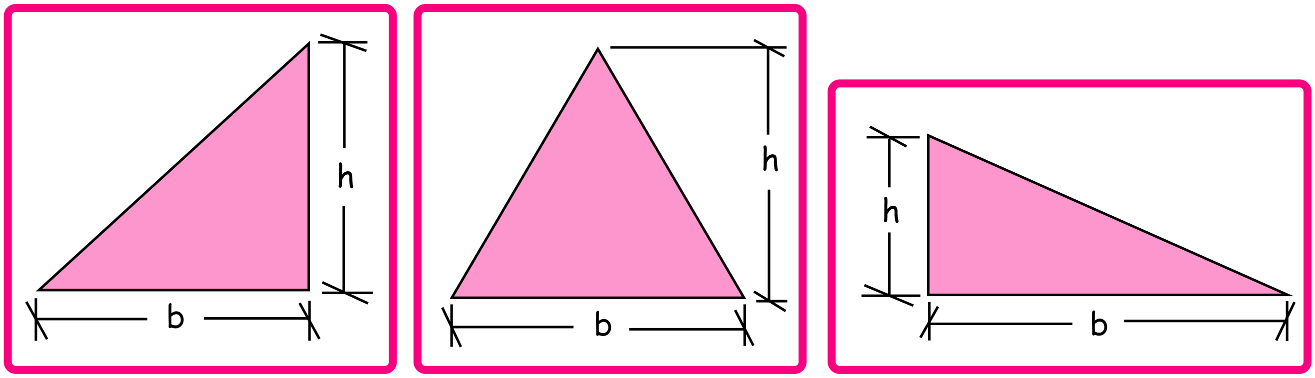


¿Cuál es el área de este terreno?

Observe usted que un triángulo puede ser la mitad de un rectángulo, por lo que su área será la mitad de multiplicar los lados de ese supuesto rectángulo.

$$\frac{90 \text{ m} \times 200 \text{ m}}{2} = \frac{18{,}000 \text{ m}^2}{2} = 9{,}000 \text{ m}^2$$

Para recordar lo anterior, se puede llamar a la parte baja del triángulo base (b) y a la distancia desde la base hasta la parte más alta del triángulo, altura (h).

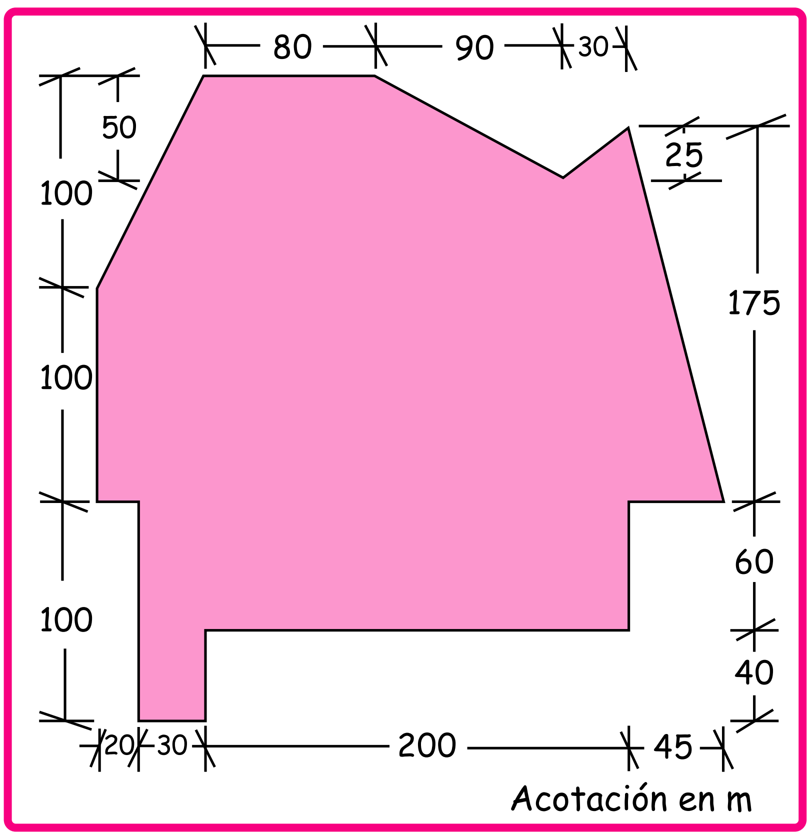


Se puede establecer la fórmula: $A = \frac{b \times h}{2}$

Conociendo la fórmula para calcular el área de los triángulos, se puede obtener casi cualquier área.

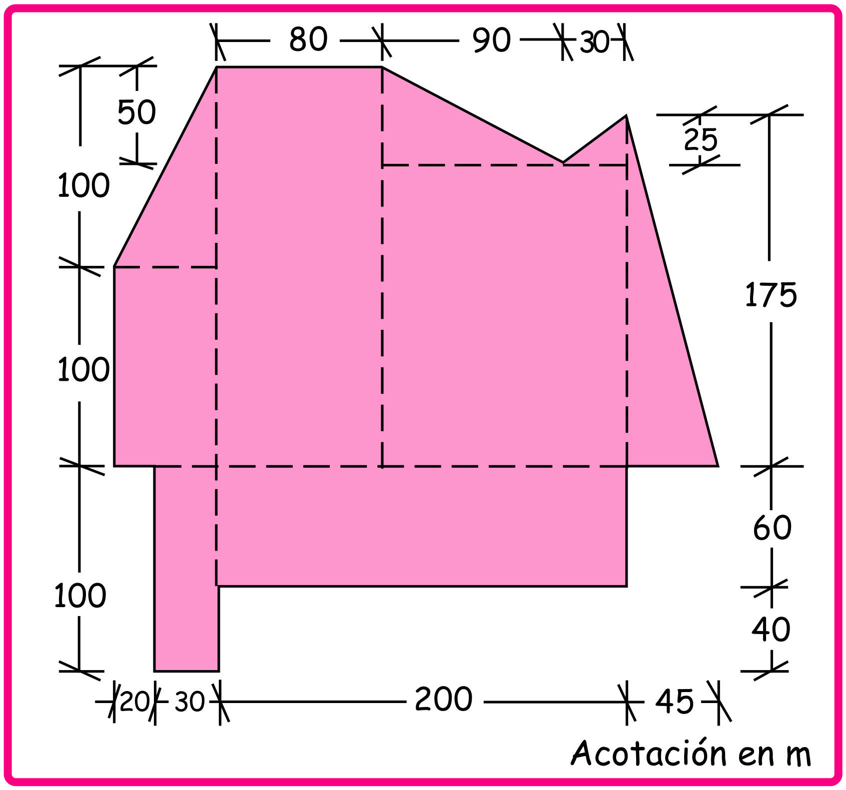
Ejemplo

A Rosendo le venden un terreno como el que se muestra en el croquis y le piden \$180.00 por cada metro cuadrado.

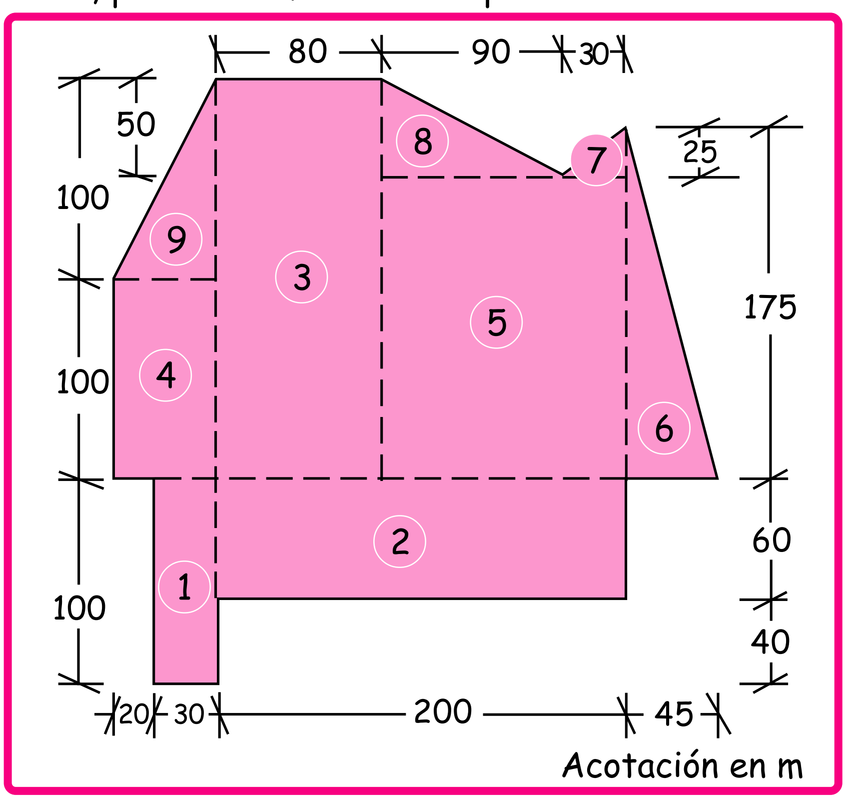


¿Cuánto debería pagar si decide comprar el terreno?

Lo primero que hace Rosendo es dividir su terreno en cuadrados, rectángulos o triángulos de los que conozca sus medidas y, luego, saca el área de cada una de ellos y las suma.



Para no confundirse, pone un número a cada parte del terreno.



Ahora, calcula el área de cada una de las partes del terreno.

Parte 1. Es un rectángulo que mide 30 m x 100 m.

$$A_1 = 30\text{ m} \times 100\text{ m} = 3{,}000\text{ m}^2$$

Parte 2. Es un rectángulo que mide 200 m x 60 m.

$$A_2 = 200\text{ m} \times 60\text{ m} = 12{,}000\text{ m}^2$$

Parte 3. Es un rectángulo que mide 200 m x 80 m.

$$A_3 = 200\text{ m} \times 80\text{ m} = 16{,}000\text{ m}^2$$

Parte 4. Es un rectángulo que mide 100 m x 50 m (30 m + 20 m).

$$A_4 = 100\text{ m} \times 50\text{ m} = 5{,}000\text{ m}^2$$

Parte 5. Es también un rectángulo en el que uno de sus lados mide 120 m (90 m + 30 m) y el otro mide 150 m (175 m - 25 m).

$$A_5 = 120\text{ m} \times 150\text{ m} = 18{,}000\text{ m}^2$$

Parte 6. Es un triángulo con base de 45 m y altura de 175 m.

$$A_6 = \frac{b \times h}{2} = \frac{45\text{ m} \times 175\text{ m}}{2} = 3{,}937.5\text{ m}^2$$

Ejercicios

Ayude usted a Rosendo calcular el área de las partes 7,8 y 9 del terreno que le venden.

1. Parte 7. Es un triángulo con base de 30 m y altura de 25 m.

$$A_7 = \frac{\_\_\_\_ \times \_\_\_\_}{2} = \_\_\_\_\_\_\_\_ \ m^2$$

2. Parte 8. Es otro triángulo con base de _______ m y altura de ___50___ m.

$$A = \frac{\_\_\_\_ \times \_\_\_\_}{2} = \_\_\_\_\_\_\_\_ \ m^2$$

3. Parte 9. Es un triángulo con base de 50 m (20 m + 30 m) y altura 100 m.

$$A = \frac{\_\_\_\_ \times \_\_\_\_}{2} = \_\_\_\_\_\_\_\_ \ m^2$$

Rosendo ya conoce todas las áreas de las partes en las que dividió el terreno; ahora, las suma:

A_1 = 3,000 m^2
A_2 = 12,000 m^2
A_3 = 16,000 m^2
A_4 = 5,000 m^2
A_5 = 18,000 m^2
A_6 = 3,937.5 m^2
A_7 = 375 m^2
A_8 = 2,250 m^2
A_9 = 2,500 m^2
A_T = 63,062.5 m^2

El área total del terreno es 63,062.5 m^2.

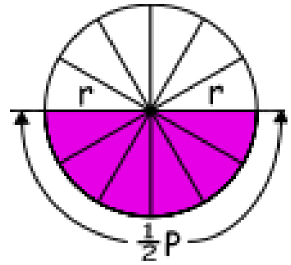
Si a Rosendo le piden $180.00 por cada m^2, entonces multiplica el área total (63,062.5 m^2) por el costo de cada m^2.

$$63{,}062.5 \ m^2 \times 180.00 \ \frac{\text{pesos}}{m^2} = 11{,}351{,}250.00 \text{ pesos}$$

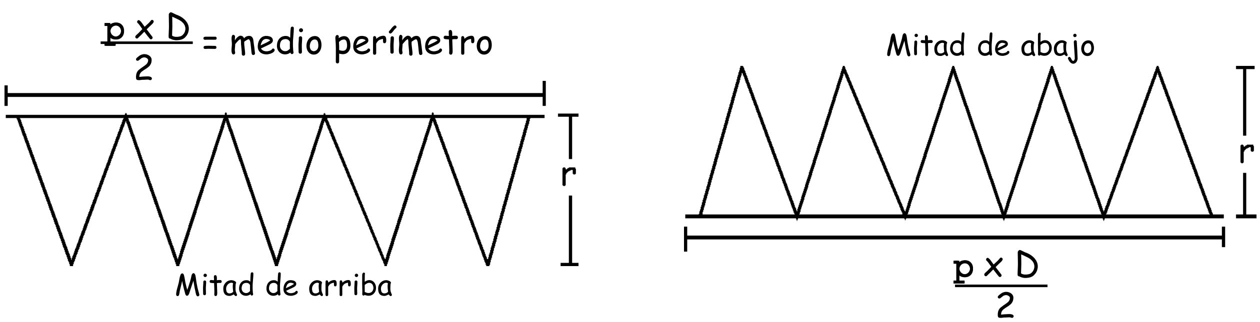
El costo de todo el terreno es de $11,351,250.00

Así como en el triángulo se obtuvo una fórmula para calcular su área; en el caso del círculo, para obtener la fórmula de su área, realice lo siguiente:

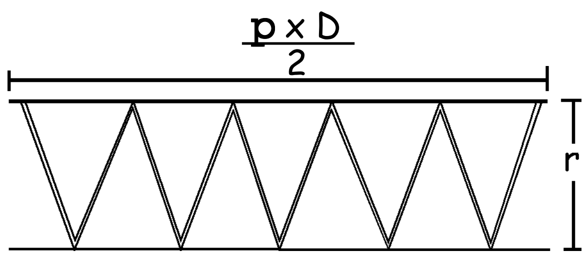
Primero. Imagine que el círculo está construido por pequeñas rectas, de las cuales se extiende un gajo hasta el centro.



Segundo. Extienda las mitades del círculo de la siguiente manera.



Tercero. Haga lo mismo con la otra mitad del círculo, y ponga una mitad sobre la otra.



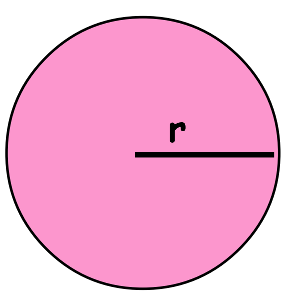
Cuarto. Habrá que obtener el área de ese rectángulo, que tiene un lado de $\frac{p \times D}{2}$ y otro de **r**, por lo que su área será:

$$L_1 = \frac{p \times D}{2}\ ;\ L_2 = r \qquad \text{área del rectángulo} = \frac{p \times D}{2} \times r$$

pero como D = 2 r, sustituyendo tendremos:

$$A = \frac{p \times \cancel{2}r}{\cancel{2}} \times r\ ; \quad A = p \times r \times r\ ; \ \text{como } r \times r = r^2\text{, se tendrá:}$$

$$\boxed{A = p \times r^2}$$



Esta es la fórmula para obtener el área de un círculo; en donde,

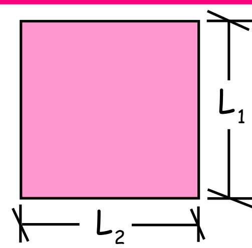
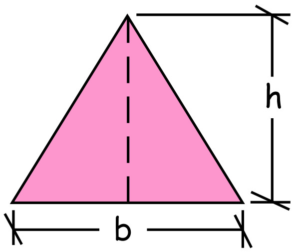
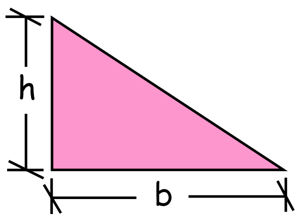
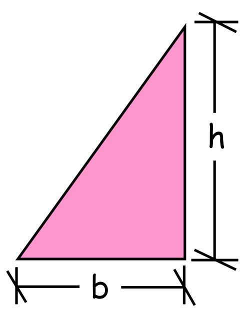
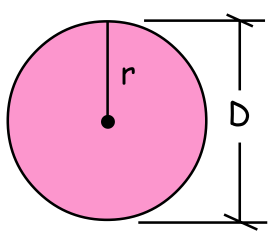
A = área del círculo

p = 3.14

r = radio

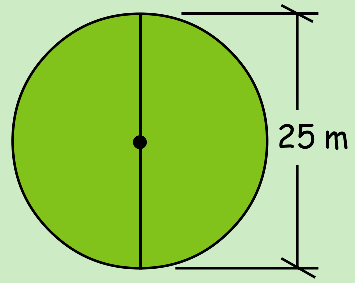
Como ya se ha mencionado, en las actividades cotidianas se utilizan diferentes tipos de figuras de las que constantemente se necesita calcular su área; por ello, se han deducido fórmulas para calcular el área de estas figuras.

A continuación se presentan algunas de las más comunes.

FIGURA	FORMA	FÓRMULA	OBSERVACIONES
Cuadrado		$A = L_1 \times L_2$	$L_1 = L_2$
Triángulo		$A = \frac{b \times h}{2}$	**b = base** **h = altura** (distancia de la base al vértice)
		$A = \frac{b \times h}{2}$	**b = base** **h = altura**
		$A = \frac{b \times h}{2}$	**b = base** **h = altura**
Círculo		$A = p \times r^2$ $D = 2\,r$ $r = \frac{1}{2}\,D$	**D = diámetro** **r = radio** **p = 3.1416** (en los ejercicios se toma como 3.14)

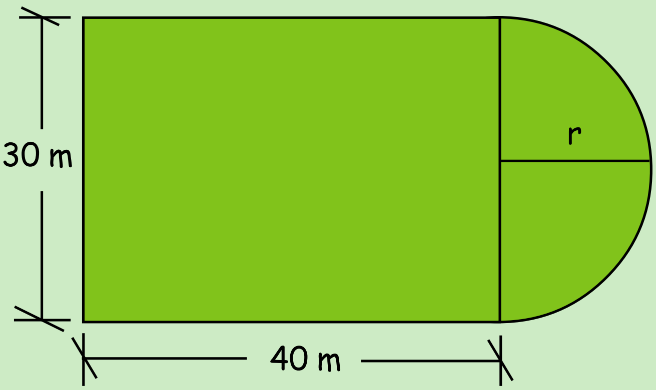
Problemas

1. Calcule usted el área del corral para ejercicio de caballos que le venden a Evaristo. (Utilice su calculadora y la fórmula.)



A = p x r²

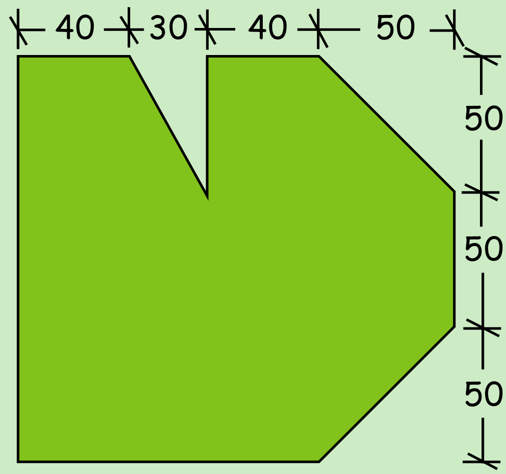
2. Romualdo tiene un invernadero con un terreno como se muestra a continuación. ¿Cuál es el área del invernadero de Romualdo?



r = 15 m

Observe que el invernadero está formado por un rectángulo y por la mitad de un círculo.

3. Calcule el área del siguiente terreno.



En las unidades para medir el área también existen múltiplos, submúltiplos y medidas en el sistema inglés.

Para hacer conversiones de las unidades de área existen tablas de equivalencias, con las que, utilizando la regla de tres, fácilmente se convierten a diferentes unidades. Observe la siguiente tabla y su uso.

TABLA DE EQUIVALENCIAS DE UNIDADES DE ÁREA
DEL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

	Nombre	Abreviatura	Equivalencia
Múltiplos	Kilómetro cuadrado	km^2	$= 1,000,000\ m^2$
	Hectómetro cuadrado = hectárea	hm^2 =ha	$= 10,000\ m^2$
	Decámetro cuadrado	dam^2	$= 100\ m^2$
Unidad Principal	Metro cuadrado	m^2	$= 100\ dm^2 = 10,000\ cm^2$ $= 1,000,000\ mm^2$
Submúltiplos	Decímetro cuadrado	dm^2	$= 100\ cm^2 = 10,000\ cm^2$
	Centímetro cuadrado	cm^2	$= 100\ mm^2$
	Milímetro cuadrado	mm^2	$= 0.01\ cm^2$

TABLA DE EQUIVALENCIAS DE UNIDADES DE ÁREA DEL SISTEMA INGLÉS
AL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

	m^2	cm^2
ft^2	0.093	930.25
in^2	0.000645	6.45

La tabla se lee por renglones.

Ejemplo

- 1 ft^2 es igual ó 0.093 m^2 ó 930.25 cm^2.

Ejemplos del uso de las tablas

- Para conocer a cuánto equivalen 4,500 m^2 (metros cuadrados) en hectáreas, se recomienda utilizar la regla de tres, siguiendo estos pasos.

1. Identifique, en la tabla, la equivalencia de las unidades que tiene y las que desea obtener. En este, caso se tienen metros cuadrados y se quieren convertir a hectáreas, por lo que se busca a cuánto equivale 1 ha en m^2.

$$1 \text{ ha} = 10{,}000 \text{ m}^2$$

2. Se plantea la regla de tres, estableciendo que si una ha es igual a 10,000 m^2, a cuánto equivaldrán, en ha, 4,500 m^2.

$$1 \text{ ha} = 10{,}000 \text{ m}^2$$
$$\textbf{?} \text{ ha} = 4{,}500 \text{ m}^2$$

3. Se resuelve la regla de tres, multiplicando en cruz y dejando sola a la interrogación.

$$4{,}500 \text{ m}^2 \times 1 \text{ ha} = \textbf{?} \text{ ha} \times 10{,}000 \text{ m}^2$$

Los 10,000 m^2que están multiplicando en la derecha pueden pasar dividiendo a la izquierda.

$$\frac{4{,}500 \text{ m}^2 \times 1 \text{ ha}}{10{,}000 \text{ m}^2} = \textbf{?} \text{ ha}$$

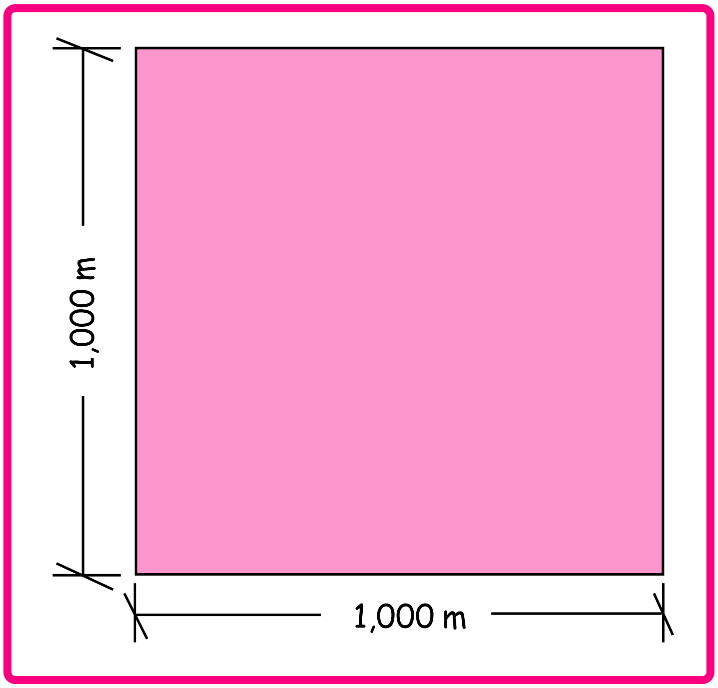
$$\frac{4{,}500 \text{ m}^2 \times 1 \text{ ha}}{10{,}000 \text{ m}^2} = 0.45 \text{ ha}$$

Lo que indica que 4,500 m^2 equivalen a 0.45 ha; son casi $\frac{1}{2}$ hectárea.

Con las equivalencias mostradas en la tabla se pueden hacer conversiones, como se muestra en los siguientes ejemplos.

Ejemplos

- Si tengo un terreno con las dimensiones que se presentan en el croquis,



¿cuál es su área en metros cuadrados, hectáreas y kilómetros cuadrados?

Como las dimensiones se encuentran en m, fácilmente podemos obtener su área en m^2:

$$1{,}000 \text{ m} \times 1{,}000 \text{ m} = 1{,}000{,}000 \text{ m}^2$$

$$A = 1{,}000{,}000 \text{ m}^2$$

En la tabla se nos indica que una hectárea (ha) es igual a 10,000 m^2; para conocer el área del terreno, en hectáreas, se hace lo siguiente:

Cada ha = 10,000 m^2, y el terreno tiene 1,000,000 m^2; se tendrá que averiguar cuántas veces cabe una hectárea (10,000 m^2) en 1,000,000 m^2, para ello se divide 1,000,000 ÷ 10,000, lo que implica correr el punto 4 lugares a la izquierda:

$$1{,}000{,}000 \div 10{,}000 = 1\ 00.\underbrace{0000}_{4\ 3\ 2\ 1}$$

Por lo tanto, 1,000,000 m^2 = 100 ha.

Para conocer cuántos km^2 tiene el terreno es necesario establecer que si cada km^2 tiene 1,000,000 m^2 y el terreno tiene 1,000,000 m^2, el terreno tiene 1 km^2.

También existen tablas que indican por cuánto multiplicar a la dimensión conocida para obtener una que no se conoce.

A continuación, encontrará una tabla de este tipo.

TABLA PARA CONOCER LA EQUIVALENCIA DE UNIDADES DE ÁREA EN EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

	Cuando tenga	multiplique por	para obtener
1	km^2	100	hm^2 = ha
2	ha	0.01	km^2
3	km^2	1,000,000	m^2
4	ha	10,000	m^2
5	m^2	0.000,001	km^2
6	m^2	0.000,1	hm^2 = ha
7	m^2	10,000	cm^2
8	m^2	0.01	dam^2
9	dm^2	100	cm^2
10	cm^2	0.000,1	m^2
11	cm^2	0.01	dm^2
12	cm^2	100	mm^2
13	mm^2	0.01	cm^2

Ejemplos del uso de la tabla

- Un terreno de 1.35 ha, ¿a cuántos m^2 equivale?

1. Identifique las unidades que tiene y las que quiere obtener. Tiene ha y quiere obtener m^2.

2. Identifique el renglón de la tabla en el que existen las dos unidades: la que tiene y la que quiere obtener. En este caso, en el renglón 4 encuentra las hectáreas (ha) que tiene, y los m^2 que es lo que desea obtener.

3. En el renglón 4, entre las dos unidades, se encuentra por cuánto debe multiplicar lo que tiene para obtener lo deseado. En este caso, debe multiplicar por 10,000.

4. Ejecute la multiplicación:

1.35 ha = 1.35 x 10,000 m^2 = 13,500 m^2

Por lo tanto, 1.35 ha es igual a 13,500 m^2.

• El rancho "El Girasol" tiene 12 km^2 de área. ¿A cuánto equivale esta área en m^2?

1. Se tienen km^2 y se quiere obtener m^2.

2. En el renglón 3 localice las unidades que tiene (km^2) y la que quiere obtener (m^2).

3. Debe multiplicar los km^2 por 1,000,000 para obtener m^2.

12 km^2 = 12 x 1,000,000 m^2= 12,000,000 m^2
12 km^2 = 12,000,000 m^2

El rancho "El Girasol" tiene 12,000,000 m^2 (12 millones de metros cuadrados).

• Pero como no es muy común que los ranchos o las propiedades grandes se midan en m^2 es preferible dar el área del rancho en hectáreas, por lo que se deben convertir 12,000,000 m^2 a hectáreas.

1. Como tiene m^2 y quiere obtener hectáreas, busque en la tabla ambas unidades, por lo que en el renglón 6 se encuentran los m^2 y las ha.

2. Entre las dos unidades, encuentra que se debe multiplicar lo que tiene (m^2) por 0.000,1 para obtener hectáreas.

3. Resuelva la operación: 12,000,000 m^2 = 12,000,000 x 0.000,1 ha = 1,200 ha

Lo que indica que el rancho "El Girasol" mide 1,200 ha.

Problemas

1. Ramiro tiene una propiedad que de superficie tiene 14,000 m^2. ¿Cuánto mide la propiedad de Ramiro en ha?

2. La reserva ecológica de Huapachanga tiene 480 ha. ¿Cuánto tiene de superficie esta reserva en km^2?

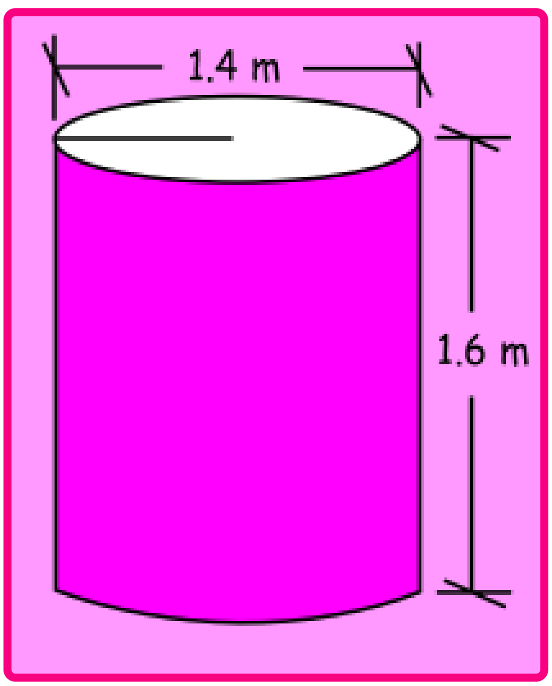
3. Al señor Rogelio le venden 25 hectáreas de terreno en $850,000.
   a) ¿En cuánto le están vendiendo la hectárea?
   b) ¿En cuánto le están vendiendo el m^2?

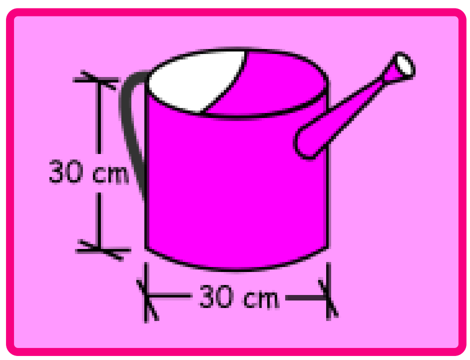
4. El estado de Aguascalientes, en la República Mexicana, tiene una extensión de 5,471 km^2. ¿Cuál es la extensión de Aguascalientes en ha?

5. En 1967, Estados Unidos le devolvió a México la región del Chamizal, que tiene una extensión de 178 ha. ¿Cuántos m^2 regresó Estados Unidos a México en 1967?

Tema 4 Volumen y capacidad

Matías, en su invernadero, tiene un tinaco como el que se muestra en el croquis. Si para regar utiliza regaderas que tienen 30 cm de diámetro y 30 cm de altura, ¿cuántas regaderas podrá llenar con el agua del tinaco?

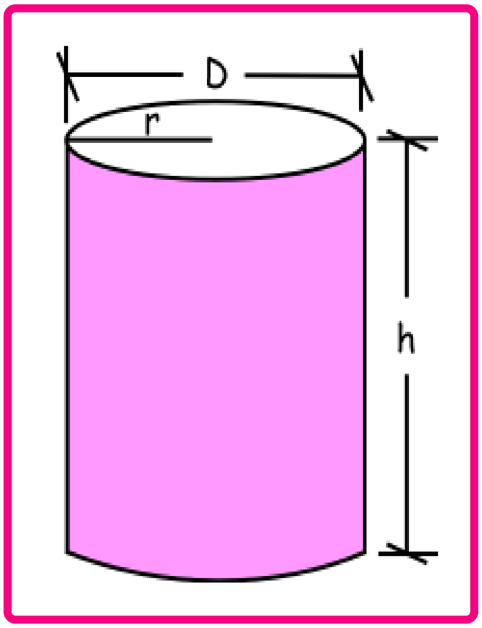




Para que Matías pueda saber cuántas veces puede llenar una regadera con el agua que cabe en su recipiente, necesita obtener el volumen o capacidad del tinaco y de la regadera, y luego ver cuántas veces cabe el volumen de la regadera en el del tinaco.

El volumen es el espacio que hay dentro del tinaco y de la regadera.

Para conocer el volumen del tinaco y de la regadera, se hace lo siguiente.



El tinaco y la regadera tienen forma de cilindro: tienen una base circular y una altura (h).

Para obtener el volumen de un cilindro, se debe multiplicar el área de su base ($p\ r^2$) por la altura (h), por lo que se puede escribir una fórmula como ésta:

Área de la base $= p \times r^2$
Altura = h
Volumen = V
$V = p \times r^2 \times h$

Recuerde que r = radio y p = 3.14

Recuerde que el radio es la mitad del diámetro.

En el caso del tinaco, el diámetro es de 1.4 m, por lo que el radio será de 0.7 m y la altura (h) = 1.6 m

Aplicando la fórmula:

$V = p \times r^2 \times h$
$V = p \times r \times r \times h$
$V = 3.14 \times 0.7\text{ m} \times 0.7\text{ m} \times 1.6\text{ m}$

$V = 2.46\text{ m}^3$

Esto quiere decir que al tinaco de Matías le cabe 2.46 m^3 de agua.

Ahora, Matías calcula el volumen de la regadera.

Como también es un cilindro, aplica la fórmula $V = p \times r^2 \times h$

$r = 0.15\text{ m}$
$h = 0.3\text{ m}$
$V = 3.14 \times 0.15\text{ m} \times 0.15\text{ m} \times 0.3\text{ m}$
$V = 0.021\text{ m}^3$

Esto quiere decir que a la regadera de Matías le cabe 0.021 m^3 de agua.

Observe que las unidades de volumen tienen un 3 pequeño (m^3), lo que se llama cúbico (m^3), y se dice metros cúbicos. Esta unidad se obtiene al multiplicar 3 veces la unidad metros (m).

$$m \times m \times m = m^3$$

Para conocer cuántas regaderas se pueden llenar con el agua del tinaco, será necesario dividir el volumen del tinaco (2.46 m^3) entre el volumen de la regadera (0.021 m^3).

$$\frac{\text{Volumen del tinaco}}{\text{Volumen de la regadera}} = \frac{2.46\ m^3}{0.021\ m^3} = 117.14 \text{ regaderas}$$

Con lo anterior, Matías sabe que con su tinaco puede llenar 117 regaderas y le va a sobrar un poquito.

Matías se pregunta: pero si el agua la mido en litros, ¿porqué ahora me resulta que la regadera y el tinaco se miden en m^3?

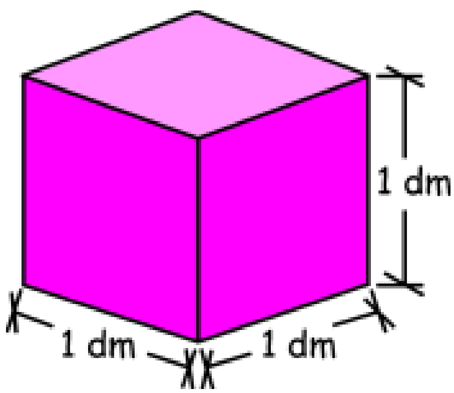
Los litros son una unidad de capacidad o volumen que por lo regular se utilizan para medir líquidos.

Un litro es el volumen que cabe en un decímetro cúbico (dm^3).

En 1 metro hay 10 decímetros y en un decímetro hay 10 centímetros.

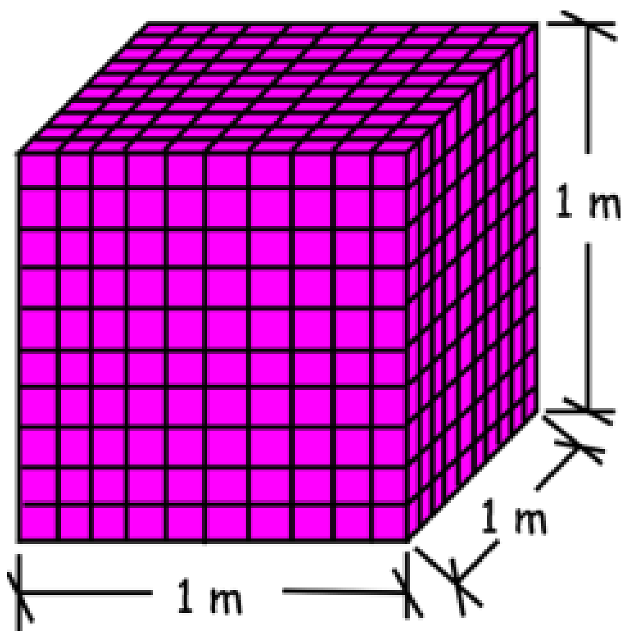
$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$$
$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$$

Imagine un cubo con 1 decímetro en cada lado:



= Un litro (ℓ)

Ahora imagine un metro cúbico (un cubo con lados que miden 1 metro), ¿cuántos decímetros cúbicos o litros le cabrán?



Como 1 metro cúbico tiene lados de 1 metro y en cada metro hay 10 decímetros, se tendrá que 1 metro cúbico tiene una base cuadrada con lados de 10 dm x 10 dm y altura de 10 dm, por lo que su volumen en dm^3 será:

$10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} = 1{,}000 \text{ dm}^3$

Esto quiere decir que en 1 metro cúbico hay 1,000 dm^3, y como cada dm^3 = 1 ℓ:

$$1 \text{ m}^3 = 1{,}000 \text{ ℓ}$$

Lo anterior quiere decir que cada vez que se tenga la unidad m^3 estaremos indicando que hay 1,000 litros.

Ejemplos

• El tinaco de Matías tiene un volumen de 2.46 m^3 ; en cada m^3 hay 1,000 ℓ. Lo anterior quiere decir que cada vez que se tenga la unidad m^3 estaremos indicando que hay 1,000 litros. Para conocer a cuántos litros equivale, se multiplica el volumen en m^3 por 1,000.

$$2.46 \text{ m}^3 = 2.46 \times 1{,}000 \text{ litros} = 2{,}460 \text{ litros}$$

Recuerde que para multiplicar por 1,000 sólo tiene que correr el punto 3 lugares a la derecha.

• En el caso de la regadera, como ésta tiene una capacidad o volumen de 0.021 m^3, para convertir este volumen a litros, habrá que multiplicar por 1,000.

$$0.021 \text{ m}^3 = 0.021 \times 1{,}000 \text{ litros} = 21 \text{ litros}$$

• Al tinaco de Matías le caben 2,460 ℓ. ¿Cuál será su capacidad en m^3?
Como el volumen se tiene en litros y se necesita convertir a m^3, se deberá dividir a los litros entre 1,000.

Recuerde que para dividir entre 1,000 el punto se recorre 3 lugares a la izquierda.

$$2{,}460 \ \ell = \frac{2{,}460 \text{ m}^3}{1{,}000} = 2.460 \text{ m}^3$$

• ¿A cuántos m^3 equivale el volumen de la regadera de Matías si a ésta le caben 21 ℓ?
Para convertir litros a m^3 se debe dividir a los litros entre 1,000.

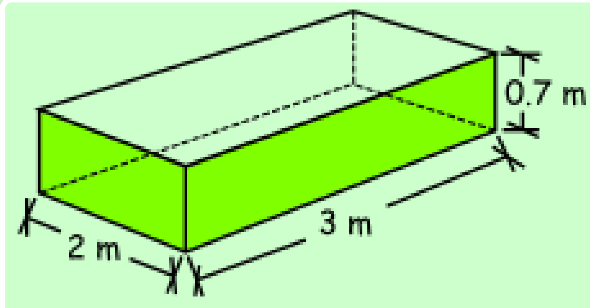
$$21 \ \ell = \frac{21 \text{ m}^3}{1{,}000} = 0.021 \text{ m}^3$$

Ejercicios

1. Martín tiene un tambor de 200 litros. ¿A cuánto equivale este volumen en m^3?

2. Bruno construyó una represa a la que le caben 45 m^3. ¿Cuántos litros caben en la represa de Bruno?

3. En el rancho de Adolfo hay un tanque que mide 3 m x 2 m, de base, y tiene una altura de 0.7 m. ¿Cuántos litros de agua caben en el tanque?



4. Convierta los siguientes volúmenes.

a) 3 m^3 =__________ ℓ

b) 0.25 ℓ =__________ m^3

c) 2,500 ℓ =__________ m^3

d) 400 ℓ = __________ m^3

e) 12 m^3 = __________ ℓ

f) 4.256 m^3 = __________ ℓ

Para facilitar el cálculo del volumen de recipientes, existen fórmulas, como las que se muestran a continuación.

En los recipientes que tienen su tapa y su base iguales el volumen se obtiene multiplicando el área de su base por la altura de la figura.

Cubo

La base es cuadrada.

Volumen = área de la base x la altura

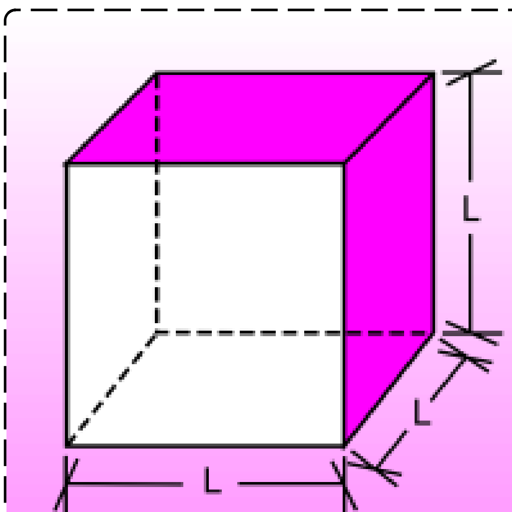
Área de la base: A = L x L

Altura = L

Volumen = L x L x L

$V = L^3$

Fórmula: $V = L^3$



Paralelogramo

La base es rectangular.

Volumen = área de la base x la altura

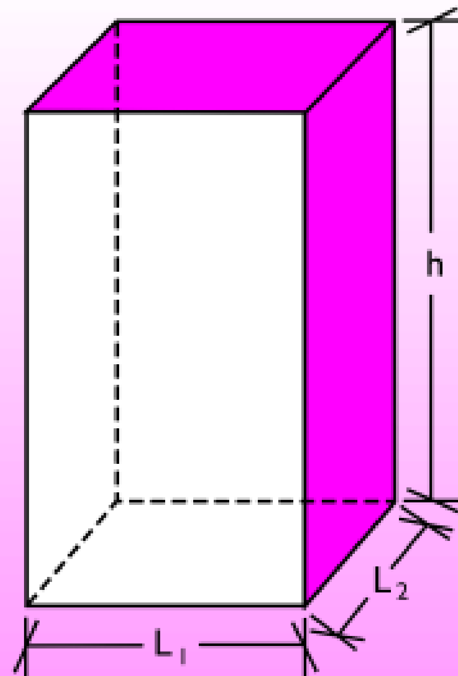
Área de la base: $A = L_1 \times L_2$

Altura = h

Volumen = $L_1 \times L_2 \times h$

$V = L_1 \times L_2 \times h$

Fórmula: $V = L_1 \times L_2 \times h$



Prisma triangular

Es un prisma con la base en forma de triángulo.

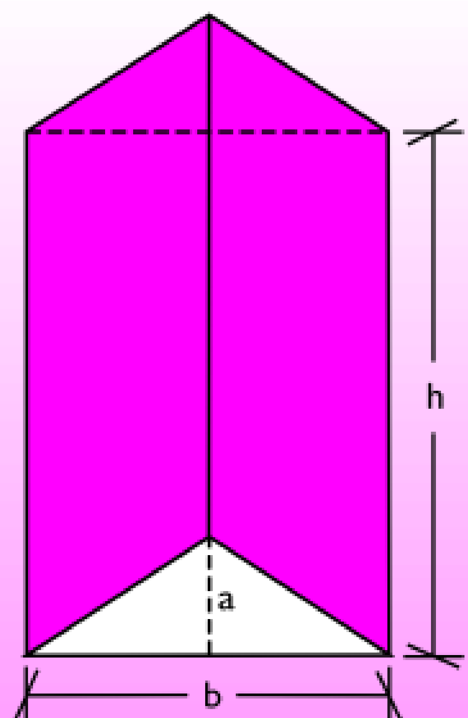
Volumen = área de la base x la altura

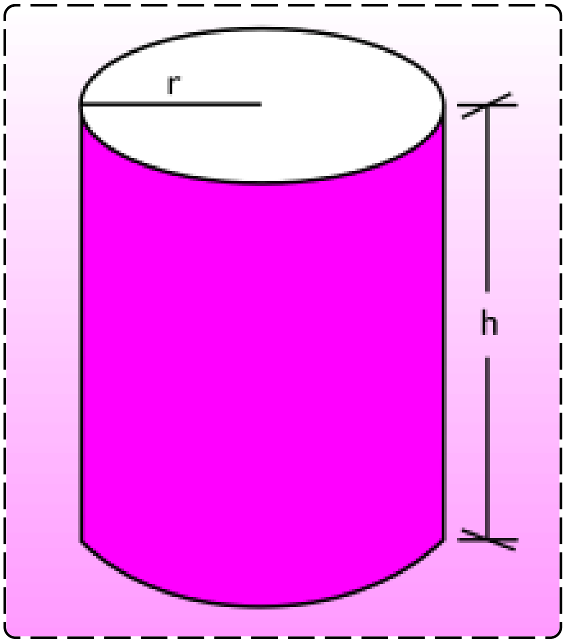
Área de la base: $A = \frac{b \times a}{2}$

Volumen = $\frac{b \times a}{2} \times h$

$V = \frac{b \times a}{2} \times h$

Fórmula: $V = \frac{b \times a}{2} \times h$





Cilindro

Tiene base circular.

Volumen = área de la base x la altura

Área de la base: $A = p \times r^2$

Altura = h

Volumen = $p \times r^2 \times h$

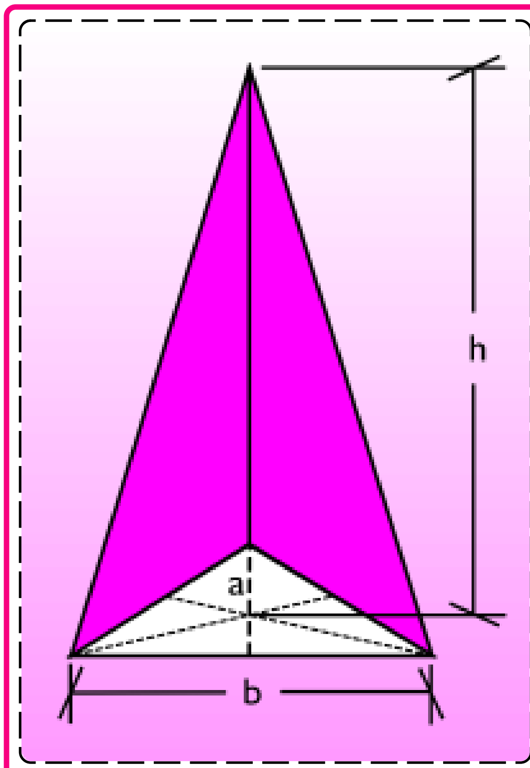
$V = p \times r \times r \times h$

Recuerde que:
$p = 3.14$ y $r \times r = r^2$

Fórmula: $V = p \times r \times r \times h$

$V = p \times r^2 \times h$

También existen cuerpos o recipientes que su parte superior no es igual a su base. En estas figuras todas los puntos de su base se unen en un punto llamado vértice, el cual se encuentra a una altura (h) determinada.
En estas figuras su volumen se calcula multiplicando el área de su base por la tercera parte de la altura ($\frac{1}{3}$ h = 0.333 h).



Pirámide triangular

Su base es un triángulo.

Volumen = área de la base x $\frac{1}{3}$ de la altura

Área de la base: $A = \frac{b \times a}{2}$

Volumen = $\frac{b \times a}{2} \times \frac{1}{3} h$

$V = \frac{b \times a}{2} \times \frac{1}{3} h$

Fórmula: $V = \frac{b \times a}{2} \times \frac{I}{3} h$

$V = \frac{b \times a}{2} \times 0.333\ h$

Pirámide cuadrangular

Su base es un cuadrado.

Volumen = área de la base x $\frac{1}{3}$ de la altura

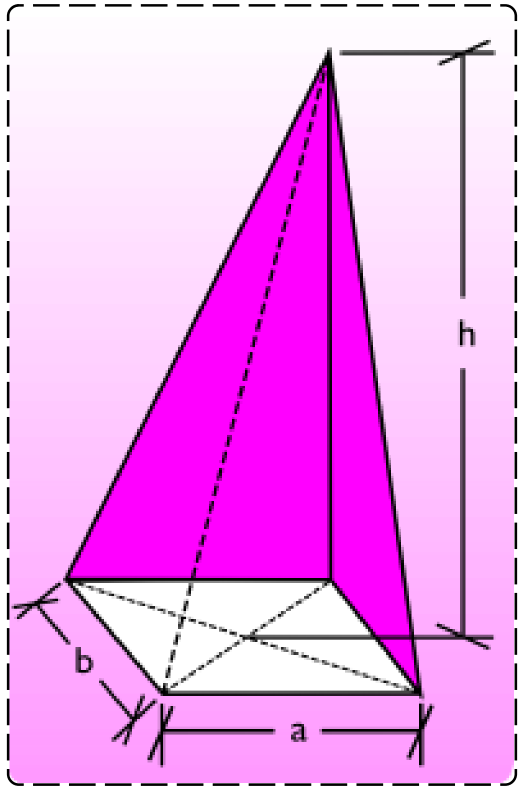
Área de la base: $A = a \times b$

Volumen = $a \times b \times \frac{1}{3} h$

$V = a \times b \times \frac{1}{3} h$

Fórmula: $V = a \times b \times \frac{1}{3} h$

$V = a \times b \times 0.333\ h$



Cono

Su base es un círculo.

Volumen = área de la base x $\frac{1}{3}$ de la altura

Área de la base: $A = p \times r^2$

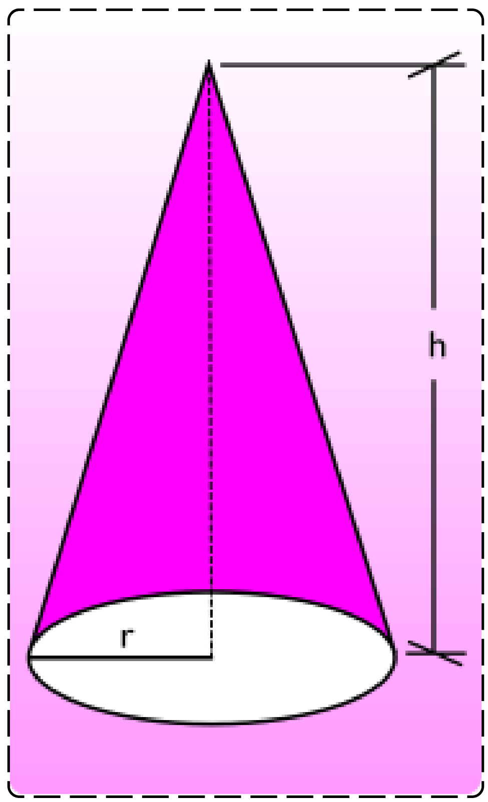
Volumen = $p \times r^2 \times \frac{1}{3} h$

$V = p \times r^2 \times \frac{1}{3} h$

Recuerde que:
$p = 3.14$ y $r \times r = r^2$

Fórmula: $V = p \times r \times r \times \frac{1}{3} h$

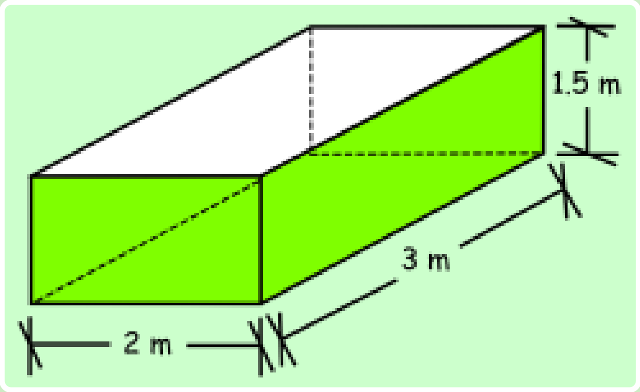
$V = p \times r \times r \times 0.333\ h$



Problemas

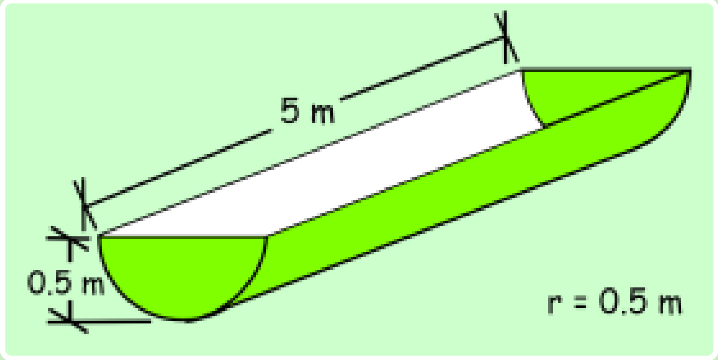
1. En la época de estiaje, Enrique recibe 3 m^3 de agua al día. ¿Cuántos litros de agua recibe al día Enrique en la época de estiaje?

2. Ramiro va a construir una cisterna como la que se muestra en el dibujo. ¿Cuántos litros caben a la cisterna?



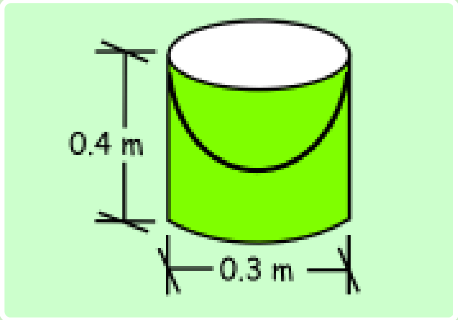
3. Una bomba para agua de $\frac{3}{4}$ de HP puede manejar 13 m^3 cada hora. ¿Cuántos litros por hora maneja esta bomba?

4. En el rancho de Don Manuel hay un abrevadero como el que se muestra en el dibujo. ¿Cuántos litros de agua caben en el abrevadero?



Observe que el abrevadero es la mitad de un cilindro.

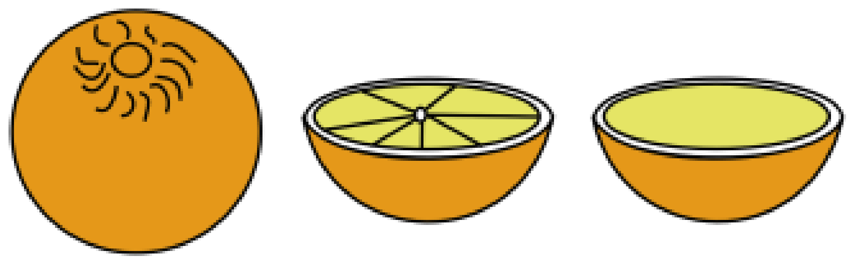
5. Si el abrevadero del rancho de don Manuel se va a llenar con un bote como el que se muestra a continuación, ¿con cuántos viajes se llenará el abrevadero?



La esfera

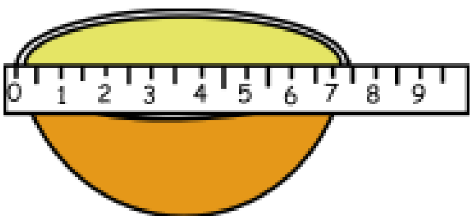
La esfera es un cuerpo que no tiene base, como los otros que se han analizado, por lo que su fórmula se puede obtener de una manera práctica, como se muestra a continuación.

1. Busque una naranja grande, pártala a la mitad y quítele los gajos, como se muestra en el dibujo.



La mitad de esta naranja representa la mitad de una esfera.

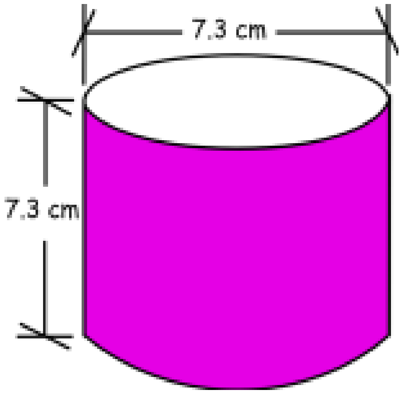
2. Con su cinta métrica o con una regla obtenga su diámetro.



Suponga que mide 7.3 cm.

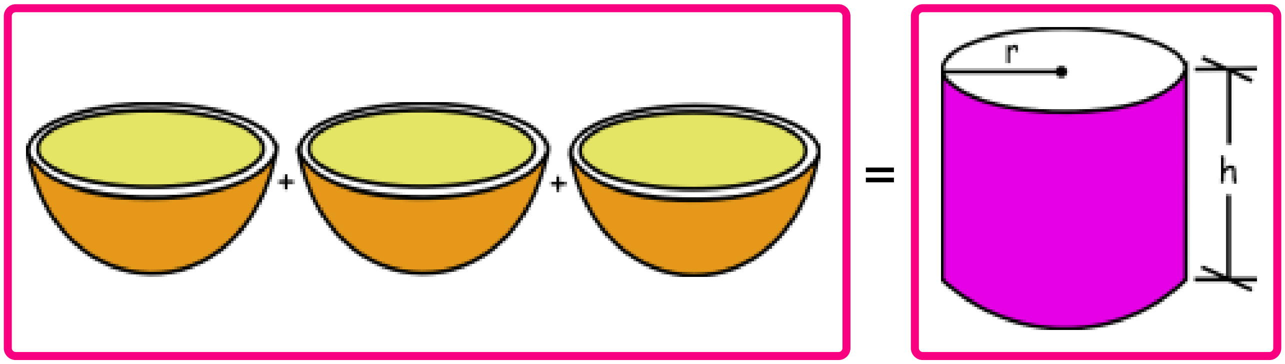
D = 7.3 cm.

3. Con cartón o papel periódico construya un cilindro con diámetro y altura iguales a las del diámetro de la media naranja.



Recuerde que D = 2r

4. Con la media naranja llene, con azúcar o arroz, el cilindro que construyó; observe que con tres medias naranjas se llena el cilindro.



Esto quiere decir que: 3 medias naranjas = volumen del cilindro

Recuerde que el volumen del cilindro es: $V_C = \pi r^2 \times h$

En este caso, h = 2r; por lo que la fórmula del volumen del cilindro queda de la siguiente forma:

$$V_C = \pi \times r^2 \times 2\,r$$
$$V_C = 2\pi \times r^3$$

Esto quiere decir que: 3 medias naranjas = $2\pi \times r^3$

Para conocer el volumen de una media naranja, se pasa el 3 que está multiplicando en el lado derecho dividiendo al lado izquierdo.

$$\text{Volumen de media naranja} = \frac{2\pi \times r^3}{3}$$

Esta fórmula representa el volumen de media naranja, o sea, media esfera; como nosotros requerimos el de una esfera completa, multiplicamos esta fórmula por 2.

$$\text{Volumen de una esfera} = \frac{2\,(2\pi \times r^3)}{3}$$

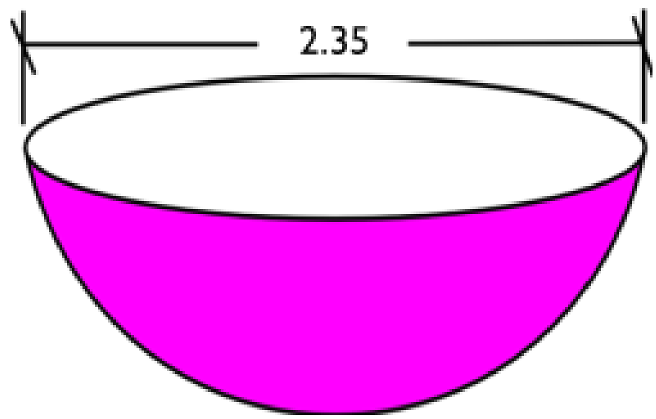
Realizando las operaciones se obtiene la fórmula para calcular el volumen de una esfera.

$$\text{Fórmula: } V = \frac{4\pi \times r^3}{3}$$

Ejemplo

A Ruperto le regalan un recipiente que tiene la forma de la mitad de una esfera.

Si Ruperto va a utilizar ese recipiente como tanque de agua, ¿cuánta agua podría almacenar si tiene las siguientes dimensiones?



Recuerde que el radio es la mitad del diámetro.

En el recipiente de Ruperto, el diámetro entre dos será el radio ($\frac{D}{2} = r$).

$$\text{Como } D = 2.35 \text{ m}, \; r = \frac{2.35 \text{ m}}{2} = 1.175 \text{ m}$$

Al aplicar la fórmula del volumen de la esfera se tiene:

$$V = \frac{4p \times r^3}{3}$$

Recuerde que: $p = 3.14$, $r^3 = r \times r \times r$.

$$V = \frac{4 \times 3.14 \times 1.175 \text{ m} \times 1.175 \text{ m} \times 1.175 \text{ m}}{3}$$

$$V = \frac{20.37 \text{ m}^3}{3} = 6.79 \text{ m}^3$$

El volumen de la esfera completa sería 6.79 m^3.

Pero como el recipiente sólo es la mitad de la esfera, el volumen obtenido se debe dividir entre 2.

$$6.79 \text{ m}^3 \div 2 = 3.395 \text{ m}^3$$

El volumen del recipiente de Ruperto es de 3.395 m^3.

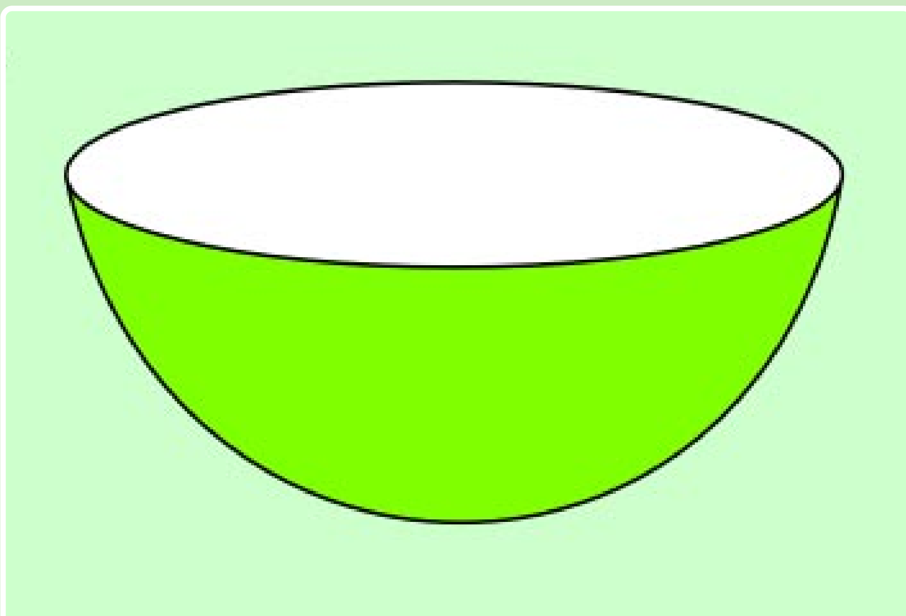
Para convertir los m^3 a litros, se debe multiplicar por 1,000.

$$3.395 \text{ m}^3 = 3.395 \times 1{,}000 \text{ litros} = 3{,}395 \text{ litros}$$

Al recipiente de Ruperto con forma de media esfera, con diámetro de 2.35 m, le caben, hasta el borde, 3.395 litros.

Problemas

1. En la estación de bombeo de la nopalera Ixcatuca, se tiene un tanque esférico para almacenamiento de agua. Si el tanque tiene de radio 2.5 m, ¿cuánta agua, en litros, puede almacenar?



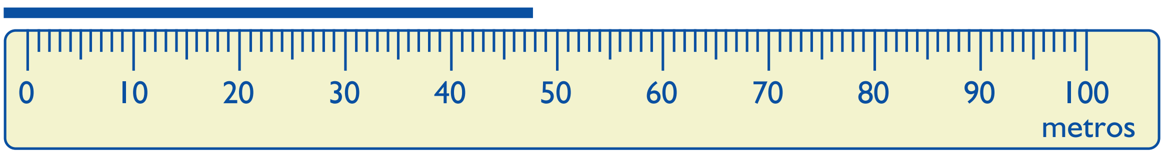
2. Andrés usa para vaciar el aguamiel de los magueyes un guaje (vasija) con forma de media esfera, con diámetro de 0.25 m. ¿Cuánta aguamiel, en litros, puede vaciar en su guaje Andrés?

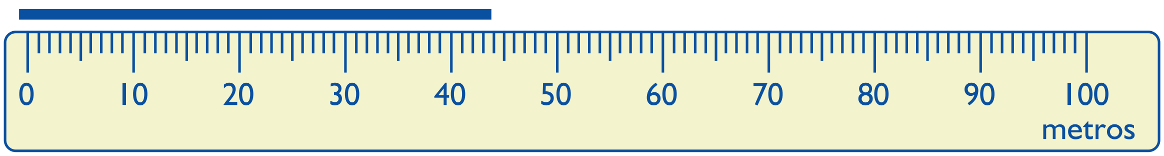
Autoevaluación

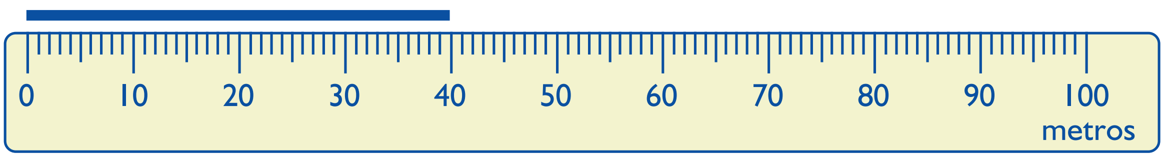
Unidad II: Perímetro, área y volumen

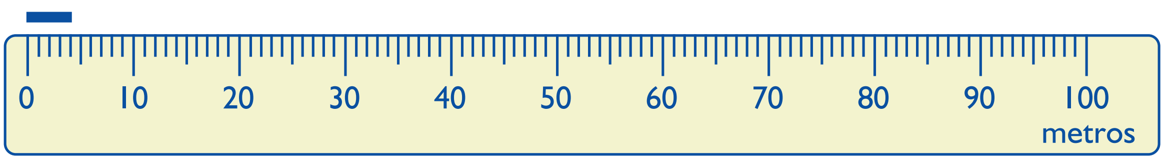
Instrucciones:
Lea con atención la siguiente información y conteste las preguntas.

1. Chendo tiene surcos de 40 metros sembrados con hortalizas. ¿Cuál de los siguientes dibujos representa uno de los surcos de la hortaliza de Chendo?

a) 

b) 

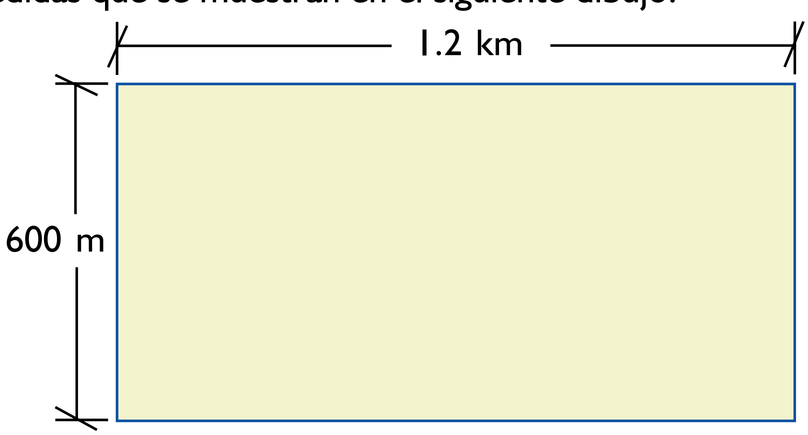
c) 

d) 

2. El surco de zanahorias, que mide 40 metros, ¿a cuántos centímetros equivale?

____

Ramón necesita alambre de púas para cercar la barda de un terreno que tiene las medidas que se muestran en el siguiente dibujo.



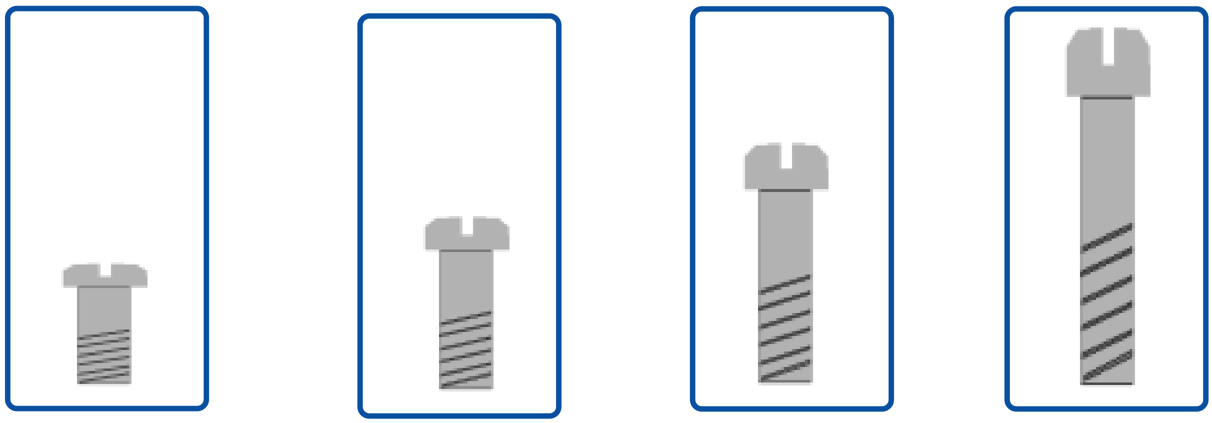
1 km = 1,000 m

3. ¿Cuántos **metros** de alambre de púas necesita para dar una vuelta a todo el contorno?

____

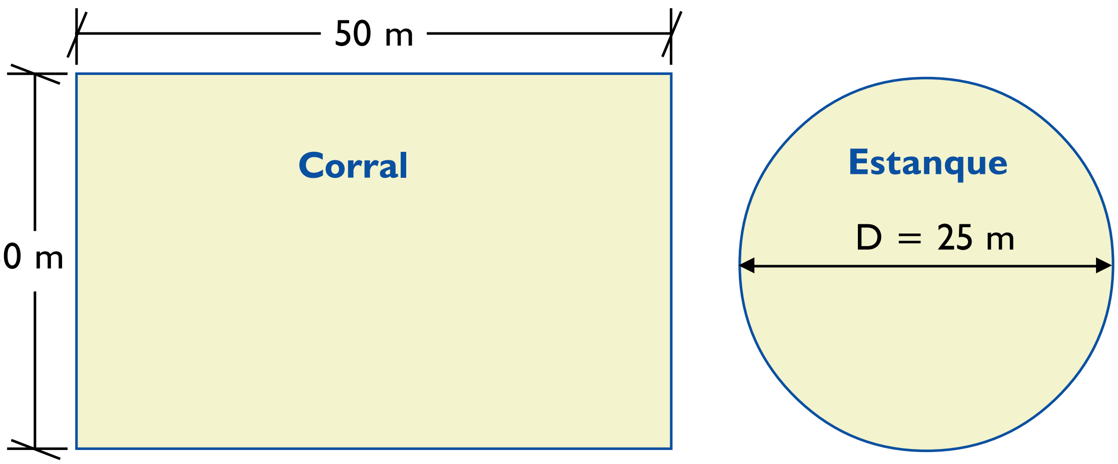
4. Las siguientes figuras representan 4 tornillos de diferentes medidas. ¿Cuál de ellos mide aproximadamente 5 cm?

I pulgada = 2.54 cm



a) $\frac{1}{2}$ pulgada b) $\frac{3}{4}$ de pulgada c) I pulgada d) 2 pulgadas

Jerónimo vive en un rancho y necesita cercar un corral cuadrangular y un estanque redondo como las figuras de abajo.



5. ¿Cuánto mide el contorno del corral?

Perímetro = lado + lado + lado + lado

6. Si se va a cercar con cuatro vueltas de alambre el corral, ¿cuántos metros de alambre se necesitan? ______________ En centímetros: ______________

7. ¿A cuántas yardas (yd) equivale la cantidad de alambre que se necesita para cercar el corral?

____

1 yarda (yd) = 0.914 metros

8. ¿Cuánto alambre necesita para dar una vuelta al contorno del estanque?

____

Perímetro = p x diámetro; p = 3.1416

9. ¿Cuánto alambre necesita para dar 10 vueltas al contorno del estanque?
En centímetros: ______________ en metros: ______________

10. ¿Cuánto mide la superficie del corral?

____

Área o superficie = lado x lado

11. Si cada caballo necesita una superficie de 5 metros cuadrados para vivir bien, ¿cuántos caballos podrán vivir bien en el corral?

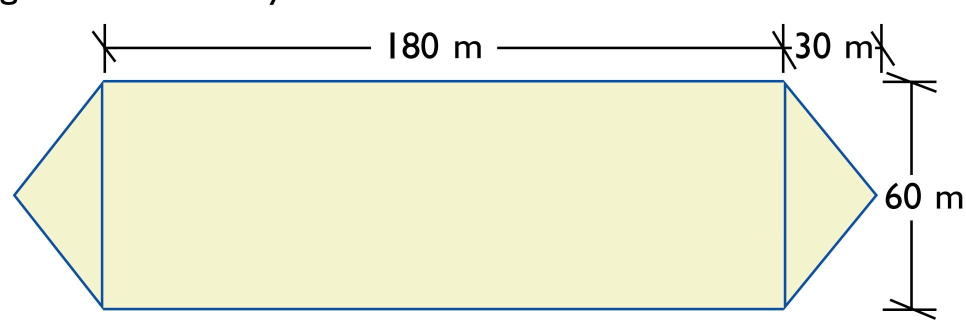
____

12. Jerónimo tiene que cortar una lona para cubrir por las noches el estanque de los peces. ¿Cuántos metros cuadrados debe tener la lona para cubrir completamente el estanque?

____

Área = p x radio x radio; p = 3.1416

Jerónimo quiere comprar un terreno cercano para usarlo como corral para las vacas, con las siguientes medidas y forma.



13. ¿Cuánto mide la superficie de la parte rectangular del terreno?

____

14. ¿Cuánto mide la superficie de cada una de las partes en forma de triángulo?

____

15. ¿Cuánto mide la superficie total del terreno? ____________________

16. ¿Cuántas hectáreas mide todo el terreno? ____________________

Alejandro compró cajas de diferentes tamaños para guardar las semillas que va a sembrar en su huerto. Las medidas de las cajas que compró son las siguientes:

Forma de la base	Medidas			Capacidad
	Ancho	Largo	Altura	
a) Cuadrada	35 cm	35 cm	35 cm	
b) Cuadrada	20 cm	20 cm	40 cm	
c) Rectangular	30 cm	50 cm	40 cm	
d) Rectangular	40 cm	60 cm	20 cm	

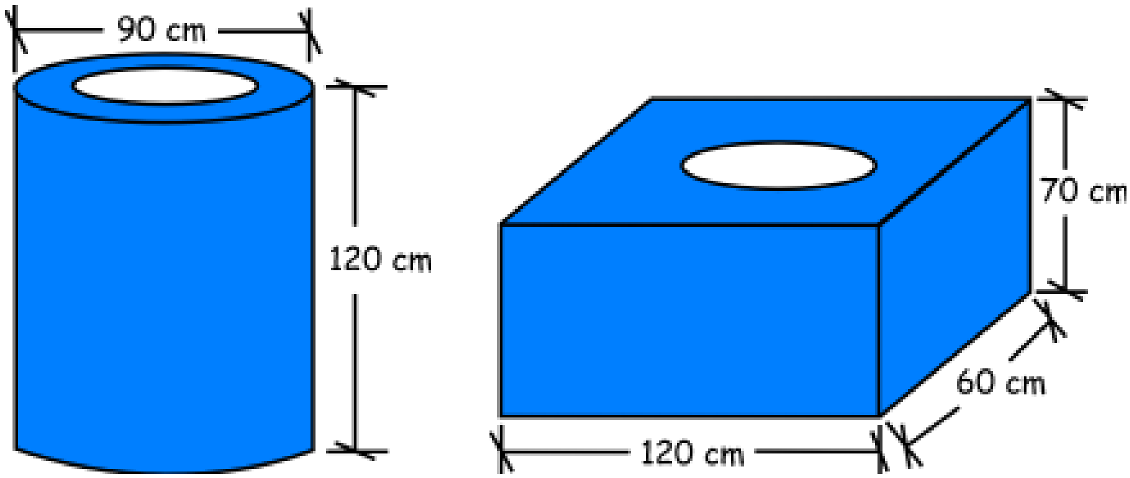
17. Calcule la capacidad de cada una de las cajas y escríbala en la última columna del cuadro anterior.

____

18. ¿Qué caja tiene **más** capacidad? Anote los datos.
Forma de la base: ____________ Capacidad: ____________
Medidas: ancho: ____________ largo: __________ altura: ____________

19. ¿Qué caja tiene **menos** capacidad? Anote los datos.
Forma de la base: ____________ Capacidad: ____________
Medidas: ancho: ____________ largo: __________ altura: ____________

20. Juan quiere comprar un tinaco para su rancho. Le ofrecen al mismo precio dos tinacos que se representan con los dibujos de abajo, por lo que ha decido comprar el que tenga más capacidad. ¿Cuál comprará?



Tinaco cilíndrico

Tinaco rectangular

a) Capacidad del tinaco cilíndrico: ______________________________

b) Capacidad del tinaco con forma de prisma rectangular:

____

c) Juan compró el tinaco en forma ____________________________

21. ¿Cuál es la capacidad de los tanques en litros?

a) Cilíndrico: ______________________________________

b) Prisma rectangular: _______________________________

Volumen del cilindro = área de la base x altura
Volumen del prisma rectangular = lado x lado x lado
Volumen del cilindro = p x radio x radio x altura
p = 3.1416